SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET

Nikola Turk

REGULACIJA BEZLEŽAJNOG MOTORA S IZRAŽENOM NELINEARNOM OVISNOŠĆU RAZVIJENE MAGNETSKE SILE O STRUJAMA

DOKTORSKA DISERTACIJA

Rijeka, 2021.

REGULACIJA BEZLEŽAJNOG MOTORA S IZRAŽENOM NELINEARNOM OVISNOŠĆU RAZVIJENE MAGNETSKE SILE O STRUJAMA
2021.
Nikola Turk

SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET

Nikola Turk

REGULACIJA BEZLEŽAJNOG MOTORA S IZRAŽENOM NELINEARNOM OVISNOŠĆU RAZVIJENE MAGNETSKE SILE O STRUJAMA

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor: izv.prof.dr.sc. Neven Bulić

Rijeka, 2021.

UNIVERSITY OF RIJEKA
FACULTY OF ENGINEERING

Nikola Turk

CONTROL STRUCTURE FOR BEARINGLESS ELECTRICAL DRIVE WITH NONLINEAR DEPENDENCY BETWEEN DEVELOPED MAGNETIC FORCE AND CURRENTS

DOCTORAL THESIS

Rijeka, 2021.

Mentor rada: izv.prof.dr.sc. Neven Bulić

Doktorska disertacija obranjena je dana_____ u/na _____

_____, pred povjerenstvom u sastavu:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

Zahvala

Prije svega, od srca se zahvaljujem mentoru izvanrednom profesoru Nevenu Buliću što me vodio kroz moj doktorski studij. Zahvaljujem mentoru na njegovom velikom trudu da mi omogući uvjete potrebne za moj doktorski studij, te na velikoj podršci, pomoći, savjetima, razumijevanju, ohrabrivanjima, žrtvovanju, iskazanom povjerenju, kao i na svim ostalim stvarima kojih se nisam sjetio.

Od srca se zahvaljujem profesoru Assoc. Univ. Prof. Wolfgangu Gruberu sa Instituta za elektromotorne pogone i energetsku elektroniku Johannes Kepler Sveučilišta u Linzu (Austrija) što me uveo u svijet bezležajnih motora. Hvala prof. Wolfgangu Guberu na pomaganju, podršci, savjetima, odgovaranju na moja brojna pitanja, ugodnoj suradnji, kao i na brojnim zanimljivim diskusijama koje smo imali za vrijeme mojih boravaka u Linzu.

Istraživanje dano u ovom radu uglavnom je proizašlo kao jedan od rezultata znanstveno-istraživačke suradnje između Tehničkog fakulteta Rijeka i tvrtke LCM kao dio projekta "Bearingless Reluctance Slice Motors, 2013.-2017. LCM - Linz Center of Mechatronics GmbH" koji je sufinanciran od strane vlade Republike Austrije, te se zahvaljujem na pruženoj pomoći (zahvala eng. *This work has been supported by the COMET-K2 Center of the Linz Center of Mechatronics (LCM) funded by the Austrian federal government and the federal state of Upper Austria*).

Dio vremena kojeg sam proveo na Johannes Kepler Sveučilištu u Linzu radeći na ovom projektu bio mi je omogućen korištenjem CEEPUS stipendije, te se zahvaljujem CEEPUS servisu na pruženoj pomoći.

Zahvaljujem se svim kolegama iz tvrtke LCM i sa Johannes Kepler Sveučilišta u Linzu na pruženoj pomoći i susretljivosti, kao i na velikoj tehničkoj podršci koja mi je pružena tijekom mojih boravaka u Linzu kako u osiguranju sve potrebne opreme za provedbu istraživanja, tako i na pomoći u svim drugim oblicima.

Od srca se zahvaljujem radnom kolegi i prijatelju Dominiku Cikaču sa Tehničkog Fakulteta Sveučilišta u Rijeci na velikoj pruženoj pomoći u svakom pogledu rada asistenta. Zahvaljujem Dominiku što mi je uvijek izašao ususret i uskočio u pomoć kada god mi je to bilo potrebno.

Zahvaljujem se kolegama Petri Kokotović i Nardi Verbancu što su pročitali ovaj rad te ga pravopisno ispravili.

Zahvaljujem se svim kolegama sa Tehničkog Fakulteta Sveučilišta u Rijeci na pruženoj pomoći.

Posebno se zahvaljujem se mami Ani i tati Franji, svojoj braći Ivanu, Filipu i Josipu, te svojoj sestri Mariji.

Sažetak

Bezležajni motori spadaju u specijalnu vrstu električnih strojeva koji umjesto mehaničke koriste magnetsku suspenziju rotora. Korištenje magnetske suspenzije rotora eliminira potrebu za korištenjem mehaničkih ležajeva, te omogućuje rad motora u kojem rotor nema nikakav fizički kontakt sa statorom. Stoga bezležajni motori imaju prednosti kao što su dugi životni vijek, niski troškovi održavanja, ne postoji potreba za korištenjem maziva, nema potrebe za brtvljenjem i omogućuju hermetičku razdvojenost statora i rotora. Navedene prednosti čine bezležajne motore veoma pogodnim za aplikacije u kojima se zahtijeva visoka čistoća.

Upotreba magnetske suspenzije (magnetske levitacije) podrazumijeva održavanje rotora u centralnom položaju korištenjem isključivo magnetskih sila, što predstavlja jednu od glavnih problematika kojom se bavi područje bezležajnih motora. Problem magnetske suspenzije rotora rješava se odgovarajućim dizajnom i konstrukcijom motora, što, između ostaloga, podrazumijeva upotrebu većeg broja senzora, višefazni izvor napajanja i digitalni sustav upravljanja.

Pojednostavljenje konstrukcije bezležajnog motora postignuto je uvođenjem bezležajnog motora s rotorom u obliku diska. Korištenje rotora u obliku diska omogućuje pasivnu stabilizaciju rotora u tri stupnja slobode njegova gibanja. Stabilizacija rotora u preostala dva stupnja slobode gibanja postiže se aktivnom stabilizacijom (upravljanjem strujama). Aktivna stabilizacija ostvaruje se regulacijom.

Uslijed postojanja potrebe za aktivnom stabilizacijom rotora, može se zaključiti da je regulacijska struktura neophodna za rad bezležajnog motora. Većina suvremenih bezležajnih motora posjeduje linearnu ovisnost razvijenih sila o strujama motora, te su posljedično i regulacijske strukture bezležajnih motora temeljene na pretpostavci linearne ovisnosti razvijene sile o strujama.

Međutim, kod određenih vrsta bezležajnih motora, posebice kod bezležajnih motora s reluktantnim rotorom, nije moguće zanemariti nelinearnu ovisnost razvijenih sila o strujama. Ovaj rad se bavi izradom regulacijske strukture bezležajnog motora u slučaju kada pretpostavka linearne ovisnosti razvijene sile o strujama nije ispunjena. U radu su opisani svi

važni koraci od kojih se sastojalo provedeno istraživanje, što uključuje izrade modela, razvoj nove regulacijske strukture, njeno pojednostavljenje u svrhu implementacije, implementacija razvijene regulacijske strukture na digitalni sustav upravljanja bezležajnog motora i eksperimentalne provjere razvijene regulacijske strukture.

Ključne riječi: Bezležajni motor, digitalni sustav upravljanja, nelinearno upravljanje.

Abstract

Bearingless motors belong to a special type of electric machines that use a magnetic suspension instead of a mechanical one for holding rotor in the air gap avoiding physical contact between rotor and stator. The use of a rotor magnetic suspension eliminates the needs of mechanical bearings usage and allows the motor operation in which the rotor has no physical connection with the stator over the classical bearing system. Therefore, bearingless motors have advantages over classical motors such as long service life, low maintenance costs, no usage of lubricants, no need for sealing and allow hermetic separation of stator and rotor. These advantages make bearingless motors very suitable for applications where high cleanliness is required.

The use of magnetic suspension (magnetic levitation) involves keeping the rotor in a central position using only magnetic forces, which is one of the main issues in a bearingless motors operations. The problem of the magnetic suspension of the rotor is solved by the appropriate design and construction of the motor, which, among other things, implies the use of a large number of sensors, a multi-phase power supply and a specially designed digital control system.

Simplification of the construction of the bearingless motor was achieved by the introduction of the bearingless motor with a disk-shaped rotor. The usage of a disk-shaped rotor allows passive stabilization of the rotor movement in three degrees of freedom. Rotor stabilization in the remaining two degrees of freedom is achieved by active stabilization (current control). Active stabilization is done by motor current regulation with appropriate control structure necessary for proper operation of the bearingless motor.

Most of the modern bearingless motors have a linear dependence between the developed forces in the motor and motor currents. This leads to the fact that the bearingless motor control structures are based on the assumption of a linear relationship between developed forces on the rotor and the motor currents.

However, in certain types of bearingless motors, especially in the case of bearingless motors with pronounced reluctancy on the rotor side, the nonlinear dependence of the developed forces and the motor currents cannot be neglected. Focus in this thesis is on the

development of the novel nonlinear bearingless motor control structure for the case when there is no linear dependence between the developed force on the rotor and the motor currents. In this work all steps of the research are presented. This includes: bearingless motor simulation model development, development and testing of a new control structure based on nonlinear bearingless motor model, model reduction techniques for implementation, implementation of the newly developed nonlinear control structure in the bearingless motor digital control system and experimental verification of the developed nonlinear control structure on laboratory prototype.

Keywords: bearingless motor, digital control system, nonlinear control.

SADRŽAJ

1. Uvod 1
1.1 Izvorni znanstveni doprinosi 4
1.2 Struktura rada 5

2. Osnovni princip rada bezležajnog heteropolarnog motora s reluktantnim rotorom oblika diska 8

3. Pregled dosadašnjih istraživanja 20
3.1 Regulacijska struktura bezležajnih motora temeljena na strujnom modelu (strujni regulatori u statorskom sustavu) 20
3.2 Regulacijske strukture bezležajnih motora temeljene na strujnom modelu (strujni regulatori u rotorskom sustavu) 22
3.3 Regulacijske strukture bezležajnih motora temeljene na naponskom modelu 23

4. Strujni model bezležajnog BFSS motora s rotorom u oblika diska 24
4.1 Karakteristika jedne faze 25
4.2 Strujni model bezležajnog BFSS motora s kombiniranim sustavom namota 35
4.3 Eksperimentalna provjera strujnog modela BFSS motora s kombiniranim sustavom namota 41
4.4 Strujni model BFSS motora s razdvojenim sustavom namota 47

5. Nelinearna regulacijska struktura bezležajnog motora s reluktantnim rotorom u obliku diska 51
5.1 Izgradnja regulacijske strukture bezležajnog motora s izraženom nelinearnom ovisnošću magnetske sile o strujama temeljene na inverznom strujnom modelu – rasprežno/linearizacijski blok u diskretnom obliku 53
5.2 Pojednostavljenje rasprežno/linearizacijskog bloka razvojem inverznog strujnog modela bezležajnog motora u Taylorov red - pojednostavljeni rasprežno/linearizacijski blok u kontinuiranom obliku 61
5.3 Izrada simulacijskog modela i regulacijske strukture BFSS 12/10 motora 71
5.3.1 Strujni model i inverzni strujni model BFSS 12/10 motora 72
5.3.2 Mehanički podsustav BFSS 12/10 motora 74
5.3.3 Simulacijska shema reguliranog BFSS 12/10 motora 78
5.3.4 Rezultati simulacija (Inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do prvog stupnja) 81
5.3.5 Rezultati simulacija (Inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do drugog stupnja) 84
5.4 Eksperimentalna provjera izrađene regulacijske strukture 94
5.4.1 Eksperimentalna verifikacija ponašanja motora unutar nazivnog radnog područja (Dinamička stanja sustava) 102

5.4.2 Eksperimentalna provjera kvalitete ponašanja regulacijske strukture (mjerenja provodena u statičkim stanjima) 109

6. Zaključak 112

Literatura 112

Popis oznaka i kratica 116

Popis slika 122

Popis tablica 127

Životopis 128

Popis objavljenih radova 129

Prilozi 130

Prilog A1 - strujni model (diskretni oblik) 130

Prilog A2 - strujni model (kontinuirani oblik) 134

Prilog B - inverzni strujni model (diskretni oblik) 141

Prilog C - aproksimacija inverznog strujnog modela (izračun koeficijenata Taylorovog reda) 148

Prilog D - implementacija aproksimacije inverznog strujnog modela u Matlab/Simulink 158

1. Uvod

Bezležajni motor je specijalna vrsta motora kod kojeg rotor nema nikakav mehanički (fizički) kontakt s ostalim dijelovima motora (statora) pri čemu je stvaranje sila i momenta na rotor integrirano u jednu jedinicu. Bezležajni motori počeli su se razvijati sredinom devedesetih godina, a u literaturi se bezležajni motori prvi puta spominju u [1]. Pošto rotor nema nikakav mehanički kontakt sa statorom, glavna problematika kako same konstrukcije tako i regulacijske strukture bezležajnog motora odnosi se na problematiku stabilnog održavanja rotora u centralnom položaju uz istovremeno upravljanje brzinom vrtnje rotora oko njegove glavne (aksijalne) osi korištenjem isključivo elektromagnetskih sila. Naime, u općem slučaju rotor posjeduje 6 stupnjeva slobode gibanja, a to su pomaci u radijalnim smjerovima (pomaci u smjeru *x*- i *y*- osi), aksijalni pomak rotora(pomak u smjeru z-), rotacija rotora oko radijalnih smjerova (rotacija oko *x*- i *y*- osi) i rotacija rotora oko njegove glavne, odnosno aksijalne osi (rotacija oko z-osi).

Kod konvencionalnih motora (gdje je rotor ovješen korištenjem mehaničkih ležajeva), gdje se upravlja samo brzinom (kutom, momentom) vrtnje rotora oko njegove glavne osi, preostalih 5 stupnjeva slobode gibanja rotora stabilizira se upotrebom mehanički izvedenih ležajeva, koji sprečavaju bilo koji pomak ili rotaciju rotora u bilo kojem od preostalih 5 stupnjeva slobode gibanja, čime mehanički ležajevi obavljaju zadatak stabilnog održavanja rotora u centralnom položaju.

Za razliku od konvencionalnih motora, koji umjesto mehaničke koriste magnetsku suspenziju rotora, stabilizacija rotora u centralnom položaju postignuta je kombinacijom aktivne i pasivne stabilizacije rotora. Pasivna stabilizacija rotora ima zadatak stabilizirati rotor u tri stupnja slobode gibanja (pomak u aksijalnom smjeru i rotacije oko radijalnih smjerova) i postiže se upotrebom permanentnih magneta. Koncept pasivne stabilizacije moguće je primijeniti kod bezležajnih motora kod kojih je visina rotora nekoliko puta manja od njegovog promjera i po prvi puta je primijenjen na bezležajnom motoru u literaturi [2]. Uvođenjem principa pasivne stabilizacije započinje razvoj bezležajnih motora s rotorom u obliku diska. Osnovni princip rada pasivne stabilizacije rotora temelji se na činjenici da rotor uslijed djelovanja magnetskog polja permanentnih magneta uvijek ima tendenciju dolaženja u položaj minimalnog zračnog raspora. Odnosno, svaki pomak ili rotacija rotora uslijed kojeg dolazi do povećanja zračnog raspora dovodi do pojave reluktantnih sila odnosno momenata na rotor koje pokušavaju vratiti rotor u takav položaj da zračni raspor bude minimalan, čime je postignuto da rotor uvijek ima tendenciju da bude poravnat s ravninom motora. Uvođenjem koncepta pasivne stabilizacije rotora (odnosno pojava i razvoj bezležajnih motora s rotorom u obliku diska) pojednostavljuje se kako konstrukcija tako i regulacijska struktura bezležajnog motora, jer se aktivno upravlja samo sa preostala 3 stupnja slobode gibanja rotora (stabilizacija u radijalnim smjerovima u upravljanje brzinom vrtnje/momentom oko aksijalne osi).

Osim stabilizirajućeg djelovanja, pasivna stabilizacija rotora uzrokuje i destabilizirajuće djelovanje na rotor u radijalnim smjerovima. Naime, nalazi li se rotor u centralnom položaju na njega neće djelovati sile zbog postojanja magnetskog polja permanentnih magneta. Međutim, dođe li do pomaka rotora u radijalnom smjeru, pojavit će se sila na rotor (uslijed magnetskog polja permanentnih magneta), na način da je usmjerena kao i vektor pomaka rotora (destabilizirajuća sila). U tom slučaju sile na rotor djeluju na način da ga žele što više udaljiti od centralnog položaja. Utjecaj moguće pojave destabilizirajućih sila pasivne stabilizacije (ukoliko dođe do pomaka rotora iz centralnog položaja) poništava se aktivnom stabilizacijom rotora.

Za razliku od pasivne stabilizacije rotora, koja se postiže uz pomoću magnetskog polja permanentnih magneta, aktivna stabilizacija rotora postiže se upravljanjem strujama kroz statorske namote motora. Odnosno, sila ležaja u radijalnim smjerovima postiže se aktivnim upravljanjem strujama kroz statorske namote motora. Iz navedenog se može zaključiti da u slučaju bezležajnog motora s rotorom u obliku diska regulacijska struktura ima zadatak upravljanja (regulaciju)

položajem rotora u radijalnim smjerovima (u smjerovima x- i y- osi), kao i upravljanje samom brzinom vrtnje/momentom rotora (oko aksijalne tj. z- osi). Iz navedenog slijedi da regulacijska struktura bezležajnog motora, za razliku od regulacijske strukture konvencionalnog motora, osim senzora za mjerenje struja, napona i kuta/brzine rotora, zahtijeva i senzore za mjerenje radijalnog položaja rotora.

Klasični i najčešće korišteni pristup rješavanja navedene problematike regulacijske strukture bezležajnog motora s rotorom u obliku diska je korištenje kaskadne regulacijske strukture (odnosno njene modifikacije kako bi bila pogodna za bezležajne motore). Kaskadna regulacijska struktura koristi tri vanjska nadređena regulatora (dva regulatora za regulaciju radijalnog položaja rotora i regulator za brzinu vrtnje rotora) i unutarnje strujne regulatore koji imaju zadatak upravljanja strujama motora, pri čemu strujni regulatori mogu biti izvedeni bilo u statorskom bilo u rotorskom koordinatnom sustavu. Uvođenje brzih strujnih regulatora posljedica je činjenice što se uglavnom koriste izmjenjivači s utisnutim naponom, dok varijable koje se reguliraju (radijalna pozicija i brzina vrtnje/moment) ovise o strujama, a ne o naponima izmjenjivača. Ideja korištenja brzih strujnih regulatora (u kombinaciji s izmjenjivačima s utisnutim naponom) je dakle "imitacija" izmjenjivača s utisnutom strujom. Drugim riječima, rad regulacijske strukture bezležajnog motora, koja koristi brze strujne regulatore, temelji se na strujnom modelu bezležajnog motora.

Sve do sada izrađene regulacijske strukture bezležajnih motora s rotorom u obliku diska temelje se na pretpostavci linearne ovisnosti razvijenih (aktivnih) radijalnih sila o strujama motora. Međutim, kod određenih vrsta bezležajnih motora, posebice kod motora bez permanentnih magneta na rotoru (ovakve vrste motora imaju reluktantni rotor), nije moguće zanemariti nelinearnu ovisnost aktivno generiranih radijalnih sila o strujama motora. Cilj ovog istraživanja je razviti novu nelinearnu upravljačku strukturu bezležajnog motora koja će omogućiti upravljanje bezležajnim motorima s rotorom u obliku diska kod kojih nije moguće zanemariti nelinearnu ovisnost radijalnih sila i momenta o strujama motora. Nova nelinearna regulacijska struktura trebala bi biti napravljena na način da bude pogodna za implementaciju na digitalni sustav upravljanja bezležajnog motora.

Rezultati istraživanja ovog rada objavljeni su u [3] i [4], te su pokazali da je moguće izraditi nelinearnu regulacijsku strukturu bezležajnog motora (sa rotorom u obliku diska) kod kojeg nije moguće zanemariti nelinearnu ovisnost razvijenih radijalnih sila o strujama. Pozitivni rezultati ovog istraživanja otvorili su mogućnost razvoja bezležajnog motora sa reluktantnim rotorom i kombiniranim sustavom namota (eng. *Bearingless Flux-Switching Motor with a Combined*

Winding Set)[5], Istraživanje predstavljeno u literaturi u [5] temeljeno je na metodi konačnih elemenata, te pokazuje da je moguće izraditi bezležajni motor sa reluktantnim rotorom i kombiniranim sustavom namota.

1.1 Izvorni znanstveni doprinosi

1. Razvoj nove regulacijske strukture bezležajnog motora kod kojeg magnetske sile nelinearno ovise o strujama motora

Osnovni cilj ovog istraživanja je izrada nove nelinearne regulacijske strukture koja će omogućiti reguliranje bezležajnih motora s rotorom u obliku diska kod kojih nije moguće zanemariti nelinearnu ovisnost aktivno stvorenih sila o strujama motora. Sve do sada izrađene regulacijske strukture bezležajnih motora pretpostavljaju linearnu ovisnost aktivno stvorenih sila o strujama, što i je ispunjeno za većinu bezležajnih motora. Međutim, kod određenih vrsta bezležajnih motora s rotorom u obliku diska, pretpostavka linearne ovisnosti aktivno stvorenih sila o strujama nije ispunjena.

2. Razvoj inverznog nelinearnog modela stroja s implementiranim funkcijama struja rastavljenih u Taylorov red

Osnovna ideja koja stoji iza većine regulacijskih struktura bezležajnih motora sastoji se u određivanju inverznog modela bezležajnog motora koji se može dobiti „invertiranjem“ strujnog modela bezležajnog motora. Analitički postupak određivanja inverznog modela bezležajnog motora poznat je samo u slučaju linearne ovisnosti aktivno stvorenih sila o strujama. U općem nelinearnom slučaju analitički postupak određivanja inverznog modela bezležajnog motora nije poznat. Iz navedenog razloga, prilikom razvoja nove regulacijske strukture, inverzni nelinearni model bezležajnog motora određen je numeričkim putem, čime se odredio nelinearni inverzni model bezležajnog motora u diskretnom zapisu. Daljnje pojednostavljenje inverznog modela stroja napravljeno je razvojem nelinearnog inverznog modela u Taylorov red, s ciljem prilagodbe inverznog modela bezležajnog motora da bude pogodan za implementaciju na digitalni sustav upravljanja.

3. Implementacija nove regulacijske strukture u digitalni sustav za regulaciju bezležajnog motora kod kojeg magnetske sile ležaja nelinearno ovise o strujama motora

Novo razvijena nelinearna upravljačka struktura je implementirana u digitalni sustav upravljanja bezležajnog motora te je eksperimentalno verificirana na laboratorijskom prototipu. Za eksperimentalnu provjeru korišten je postojeći bezležajni motor s reluktantnim rotorom u obliku diska (eng. Bearingless Flux-Switching Slice motor).

1.2 Struktura rada

U poglavlju 2 opisan je bezležajni heteropolarni motor s reluktantnim rotorom oblika diska u svom izvornom obliku sa razdvojenim sustavom namota. U poglavlju je dan osnovni princip rada motora, gdje su opisani osnovni fizikalni principi koji omogućuju rad bezležajnog motora. Rad bezležajnog motora podrazumijeva uspješno obavljanje različitih faza rada motora, kao što su postizanje magnetske levitacije, razvijanje momenta motora kao i stabilno održavanja rotora u centralnom položaju uslijed djelovanja vanjskih poremećajnih sila. Osim samog principa rada, u poglavlju 2 dan je i pregled relevantnih istraživanja vezanih za dizajn bezležajnog heteropolarnog motora s reluktantnim rotorom oblika diska, te su istaknute osnovne spoznaje važne za samu konstrukciju motora.

U poglavlju 3 dan je pregled dosadašnjih istraživanja koja su relevantna za istraživanja kojima se bavi ovaj rad. U poglavlju su dane tipične regulacijske strukture koje se koriste kod bezležajnih motora sa rotorom u obliku diska, zajedno s kratkim objašnjenjima osnovnih principa rada regulacijskih struktura.

Poglavlje 4 odnosi se na izvod strujnog modela bezležajnog heteropolarnog motora s reluktantnim rotorom u obliku diska, ali za slučaj kada je korišten kombinirani sustav namota. Poznavanje strujnog modela bezležajnog motora predstavlja prvi i neophodni korak prilikom izrade regulacijske strukture temeljene na strujnom modelu. Naime, u strujnom modelu sadržano je zapravo znanje koje opisuje ponašanje bezležajnog motora, a poznavanje ponašanja sustava je neophodno želi li se njime upravljati.

Strujni model bezležajnog motora izveden je na temelju poznavanja ponašanja prve dvije zavojnice motora. U svrhu određivanja ponašanja prve dvije zavojnice korištene su simulacije temeljene na metodi konačnih elemenata. U svrhu provjere točnosti dobivenog strujnog modela napravljena su mjerenja kojima je potvrđena ispravnost dobivenog strujnog modela. Rezultati

mjerenja, odnosno njihova usporedba s izrađenim strujnim modelom također su dani u poglavlju 4.

Poglavlje 5 predstavlja najvažnije poglavlje ovog istraživanja, budući da se ovo poglavlje odnosi na metodologiju i objašnjava kako je izrađena nova nelinearna regulacijske struktura. U ovom poglavlju dani su svi najvažniji koraci koji su korišteni prilikom izrade nove regulacijske strukture, što uključuje problematiku određivanja inverznog strujnog modela, prilagodbu inverznog strujnog modela za implementaciju u digitalni sustav upravljanja, implementaciju razvijene nelinearne regulacijske strukture na postojeći bezležajni motor, i laboratorijska mjerenja u svrhu provjere razvijene nelinearne regulacijske strukture.

Potpoglavlje 5.1 odnosi se na problematiku određivanja inverznog strujnog modela bezležajnog motora kod kojeg nije moguće zanemariti nelinearnu funkcijsku ovisnost razvijene magnetske sile o strujama. Prvo je definiran uvjetni optimizacijski problem u kojem su definirani i objedinjeni zahtjevi koji se postavljaju pred regulacijsku strukturu, a to je omogućavanje rada bezležajnog motora, ali na način da se minimiziraju omski gubici namota statora. Osim jednadžbi strujnog modela, uvjetni optimizacijski problem uključuje i jednadžbe koje se odnose na spoj namota motora. Rješavanjem optimizacijskog problema dobiva se inverzni strujni model bezležajnog motora koji je potreban za izradu nelinearne regulacijske strukture. Uslijed činjenice što analitičko rješenje dobivenog optimizacijskog problema nije poznato, za njegovo rješavanje korištene su numeričke metode. Takav pristup je rezultirao inverznim strujnim modelom u diskretnom zapisu. Pošto je dobiven optimizacijski problem ovisan o nezavisnim varijablama (radijalnim silama, momentu i kutu rotora), slijedi da je i njegovo rješenje ovisno o nezavisnim varijablama.

Potpoglavlje 5.2 odnosi se na prilagodbu inverznog strujnog modela dobivenog u potpoglavlju 5.1 na način da bude pogodan za implementaciju u digitalni sustav upravljanja, u smislu da ne postavlja prevelike računske i/ili memorijske zahtjeve na digitalni sustav upravljanja. U radu je predloženo da se inverzni strujni model pojednostavi razvojem u Taylorov red, te da se potom nepoznati koeficijenti Taylorovog reda odrede metodom najmanjih kvadrata na temelju inverznog strujnog modela u diskretnom zapisu. Na kraju poglavlja dana je analiza kojom je provjeren navedeni pristup.

U potpoglavlju 5.3 dan je opis izrade modela i razvijene nelinearne regulacijske strukture u simulacijskom programskom paketu. U svrhu izrade simulacijske strukture koja omogućuje

provedbu dinamičkih simulacija dan je opis mehaničkog podsustava bezležajnog motora kojim je opisano gibanje rotora u ravnini. Potrebni parametri mehaničkog podsustava određeni su korištenjem simulacija temeljenih na metodi konačnih elemenata. Na kraju potpoglavlja dani su rezultati dinamičkih simulacija zajedno s pripadnom analizom i raspravom dobivenih rezultata.

U potpoglavlju 5.4 opisana je implementacija razvijene nelinearne regulacijske strukture u digitalni sustav upravljanja bezležajnim motorom. U početnom dijelu potpoglavlja dan je opis postupka kojim je napravljena implementacija regulacijske strukture, te je dana razvijena nelinearna regulacijska struktura u blokovskom prikazu sa pripadnim objašnjenjima. Nakon opisa implementacije i regulacijske strukture dani su rezultati provedenih eksperimentalnih mjerenja. Rezultati mjerenja podijeljeni su u dva poglavlja. Podpoglavlje 5.4.1 odnosi se na provedena dinamička mjerenja (rezultati mjerenja su funkcije vremena), koja imaju za cilj provjeru sposobnosti regulacijske strukture da omogući rad bezležajnog motora. S druge strane, potpoglavlje 5.4.2 odnosi se na provedena statička mjerenja koja imaju za cilj ocjenu kvalitete izrađene regulacijske strukture.

2. Osnovni princip rada bezležajnog heteropolarnog motora s reluktantnim rotorom oblika diska

U ovom poglavlju ukratko je objašnjen osnovni princip rada bezležajnog heteropolarnog motora s reluktantnim rotorom oblika diska. Bezležajni motor s reluktantnim rotorom u obliku diska u heteropolarnoj varijanti koji je objašnjen u ovom poglavlju odnosi se na vrstu motora koja se u engleskoj litaraturi spominje pod nazivom *Bearingless Flux-Switching Slice Motor* (BFSS)[1], te je u ovom poglavlju objašnjena pošto je navedena vrsta bezležajnog motora (BFSS) korištena za eksperimentalnu provjeru novorazvijene nelinearne regulacijske strukture. Korištena je BFSS 12/10 topologija motora što znači da motor ima 12 statorskih i 10 rotorskih zubi. Svojstveno BFSS topologiji motora je rotor bez permanentnih magneta te promjena smjera magnetskog toka permanentnih magneta koji je ulančan sa zavojnicama statora do koje dolazi prilikom rotacije rotora.

Bezležajna BFSS topologija motora je relativno nova topologija bezležajnog motora koja se u literaturi prvi puta spominje u [6] i [7]. Prvi prototip s takvom topologijom je napravljen 2014. godine te je opisan u [8], a predstavlja prvi izrađeni prototip bezležajnog motora koji ne posjeduje permanentne magnete na rotoru. Prilikom izrade BFSS 12/10 prototipa izabrana je topologija motora koje ima 12 statorskih zavojnica i 10 rotorskih zubiju prema rezultatima istraživanja danim u [7] gdje je napravljena optimizacija BFSS prototipa u smislu izbora topologije namota, broja statorskih zavojnica i broja rotorskih zubiju. Odabir topologije BFSS motora koja ima 12 statorskih zavojnica napravljen je kako bi se omogućilo da se motor napaja sa 2 standardna trofazna

[1] Moguće su i druge varijante bezležajnog motora s reluktantnim rotorom oblika diska u heteropolarnoj varijanti kao što su: “Flux-reversal” i “Doubly-Salient” topologije.

izmjenjivača što zahtijeva da motor bude šestero fazni. Kako u vrijeme kada je BFSS 12/10 motor razvijan i izrađen nije postojala regulacijska struktura bezležajnog motora koja je u stanju upravljati motorom u slučaju da aktivno generirane sile nelinearno ovise o strujama motora, na faze motora postavljen je zahtjev da njihove karakteristike budu linearne[2] u smislu funkcijske ovisnosti između aktivno generiranih radijalnih sila i struja motora. Linearne karakteristike faza motora, uz istovremeno rasprezanje radijalnih sila od momenta motora[3], postignute su odgovarajućom konstrukcijom geometrije i spajanjem zavojnica motora. Odnosno, zavojnice su spojene na način da svaku fazu čine dvije geometrijski nasuprotne zavojnice spojene u seriju, pri čemu serijski spoj zavojnica pojedine faze može biti protufazan ili istofazan, što ovisi o tome želi li se da dotična faza stvara silu ili moment. Navedeni sustav namota je u konačnici rezultirao s BFSS motorom koji ima 12 statorskih zavojnica i razdvojeni sustav namota (eng. *separated winding system*). Razdvojeni sustav namota sastoji se od dva trofazna namota, jedan trofazni namot za stvaranje radijalnih sila i drugi trofazni namot za stvaranje momenta motora.

Izbor broja zubi rotora napravljen je prema rezultatima istraživanja danih u [7] gdje se pokazalo da izbor broja zubi rotora ima velik utjecaj na karakteristike motora u smislu njegove sposobnosti generiranja radijalnih sila i momenta, kao i u smislu prisutnosti neželjene valovitosti momenta (eng. *cogging torque*[4]). Rezultati istraživanja pokazali su sljedeće karakteristike motora u smislu njegove sposobnosti generiranja radijalnih sila i momenta te u smislu prisutnosti neželjene valovitosti momenta u ovisnosti o broju zubi rotora:

- rotor sa 6 zubi ima veliku valovitost momenta (eng. *cogging torque*),
- rotor sa 8 zubi ima lošu sposobnost generiranja radijalnih sila,
- rotor sa 10 zubi ima prihvatljivu sposobnost generiranja sila i momenta bez prevelikih pulzacija u momentu (izabrana topologija),
- rotor sa 12 zubi ima vrlo veliku valovitost momenta,
- rotor sa 14 zubi ima lošu sposobnost generiranja radijalnih sila

[2] U općem slučaju, aktivno generirane radijalne sile i moment koju stvara jedna faza motora na rotor motora ovise i o strujama i o kutu rotora. Pod linearnom ovisnošću aktivno generirane radijalne sile i struje smatra se linearna funkcijska ovisnost između aktivno stvorene radijalne sile i struje faze motora pri konstantnom kutu rotora.

[3] Raspregnute su radijalne sile i moment. Nisu raspregnute radijalne sile međusobno.

[4] Pod pojmom valovitost momenta (cogging torque) ovdje se misli na komponentu momenta koja nije ovisna o strujama motora već samo o kutu rotora.

- rotor sa 16 zubi ima prihvatljivu sposobnost generiranja sila i momenta bez prevelikih pulzacija u momentu.

Slijedi da su prihvatljive topologije motora koje imaju 10 ili 16 zubi na rotoru, a pošto broj zubi rotora predstavlja broj polova motora, a time i vezu između električne frekvencije i mehaničke brzine rotora, poželjno je da broj zubi rotora bude što manji, te je iz navedenog razloga izabrana BFSS topologija koja ima 10 zubi na rotoru. Zanimljiva je činjenica da se u slučaju konvencionalnog[5] *Flux-Switching* motora također pokazalo kao dobar izbor topologija motora koja ima 12 statorskih i 10 rotorskih zubi [9].

Optimizacija geometrije BFSS 12/10 motora dana je u [10]. Cilj provedenih istraživanja je analiza utjecaja geometrijskih parametara motora na cjelokupne performanse motora. U provedenom istraživanju analizirao se je utjecaj različitih geometrijskih parametara motora kao što su primjerice promjer rotora, visina motora, širina zračnog raspora motora, širina permanentnih magneta, širina statorskih zubiju itd., na različite karakteristike motora kao što su primjerice njegova sposobnost generiranja aktivnih radijalnih sila i momenta motora, sposobnost generiranja pasivne stabilizirajuće sile u aksijalnom smjeru, sposobnost generiranja pasivnih stabilizirajućih momenata oko radijalnih smjerova, sposobnost dolaženja u centralni položaj (omjer aktivne sile u radijalnom smjeru i pasivne destabilizirajuće sile u radijalnom smjeru), nivo zasićenja željeza motora[6], sadržaj viših harmonika u momentu, itd. Neke od važnijih smjernica za odabir geometrije BFSS motora do kojih se došlo u provedenom istraživanju [10] koje je temeljeno na simulacijama temeljenih na metodi konačnih elemenata (eng. *Finite Element Method*) istaknute su u radu [11] i one su sljedeće:

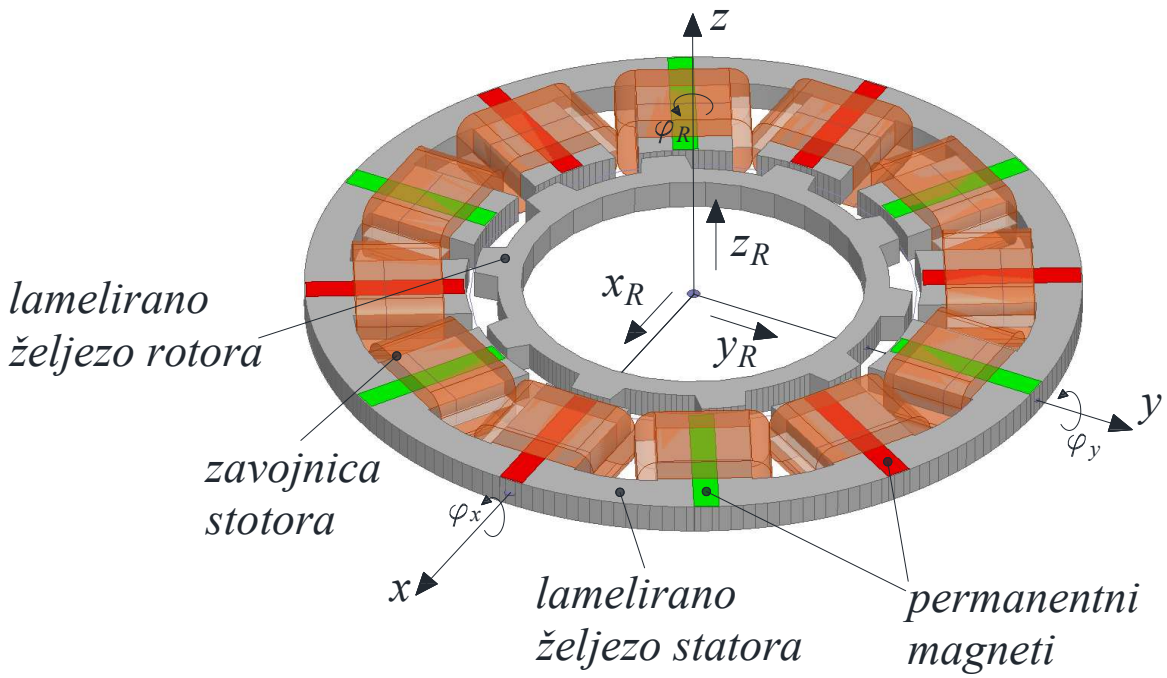
- Preporučuje se da omjer promjera rotora i statora bude u granicama od 0.55 do 0.6
- Poželjno je da širine statorskog zuba, permanentnog magneta i statorskog utora budu približno jednake
- Širina rotorskog zuba treba biti oko 1.4 puta veća od širine statorskog zuba.

[5] Pod konvencionalnim motorom ovdje se smatra motor koji ima mehaničke ležajeve.

[6] Motor je optimiran da u svim režimima rada bude ispod granice zasićenja kako bi se održala linearnost aktivno generiranih sila i momenta motora u ovisnosti o strujama motora. Ulazak u zasićenje narušio bi spomenute linearne ovisnosti i time onemogućio da regulacijska struktura upravlja motorom pošto je izvedena pod pretpostavkom linearne ovisnosti.

Analitički model BFSS 12/10 motora u smislu modela koji opisuje generiranje aktivne radijalne sile i momenta motora izveden je u [11]. Analitički model koji je izveden u [11] pokazuje dobro poklapanje s rezultatima simulacija dobivenih metodom konačnih elemenata i potvrđuje linearne ovisnosti generiranih radijalnih sila i momenta motora u ovisnosti o strujama motora za slučaj BFSS 12/10 motora s razdvojenim sustavom namota.

Na slici 2.1 prikazan je BFSS 12/10 motor u trodimenzionalnom prikazu. Kao što se može vidjeti sa slike 2.1, rotor posjeduje 6 stupnjeva slobode gibanja: pomak rotora u aksijalnom smjeru (pomak z_R-), pomaci rotora u radijalnim smjerovima (pomaci x_R- i y_R-), rotacija rotora oko aksijalnog smjera (kut φ_R predstavlja normalan rad motora) i rotacije rotora oko radijalnih smjerova (φ_x i φ_y).



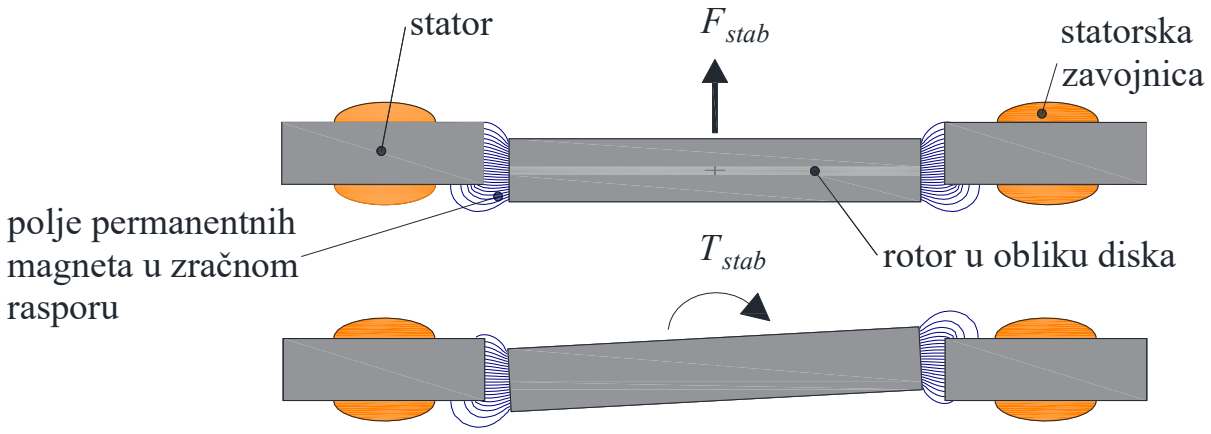
Slika 2.1. BFSS 12/10 topologija bezležajnog motora u trodimenzionalnom prikazu**.**

Kako je objašnjeno u uvodnom dijelu, kod konvencionalnih motora aktivno se upravlja s rotacijom rotora oko njegove aksijalne osi (φ_R), dok se pomak rotora u bilo kojem od preostalih 5 stupnjeva slobode gibanja sprečava upotrebom mehanički izvedenih ležajeva čime se postiže stabilno održavanje (stabilizacija) rotora u centralnom položaju.

Za razliku od konvencionalnih motora, kod bezležajnog motora rotor nema nikakav fizički kontakt sa statorom, te je rotor potrebno održavati (stabilizirati) u centralnom položaju isključivo

upotrebom magnetskih sila. Stabilizacija rotora u centralnom položaju kod bezležajnog motora s rotorom u obliku diska postignuta je kombinacijom aktivne i pasivne stabilizacije rotora.

Pasivna stabilizacija rotora postiže se upotrebom permanentnih magneta, i njenom upotrebom je moguće stabilizirati rotor u tri stupnja slobode gibanja rotora u slučaju bezležajnih motora s rotorom u obliku diska kod kojih je promjer rotora nekoliko puta veći od visine motora.



Slika 2.2. Princip pasivne stabilizacije uslijed djelovanja magnetskog polja permanentnih magneta, gore: pomak rotora u aksijalnom smjeru prema dolje stvara stabilizirajuću silu u aksijalnom smjeru prema gore, dolje: kutni pomak rotora oko radijalnog smjera stvara stabilizirajući moment koji djeluje suprotno od kutnog pomaka.

Kao što je vidljivo sa slike 2.2. svaki translacijski ili kutni pomak rotora uslijed kojeg dolazi do povećanja duljine magnetskih silnica permanetnih magneta u zračnom rasporu dovodi do pojave reluktantnih sila odnosno momenata koji pokušavaju vratiti rotor u takvo stanje da duljina magnetskih silnica permanentnih magneta u zračnom rasporu bude minimalna (stanje minimalne energije). Analizira li se slika 2.2. jasno je vidljivo da do povećanja duljine magnetskih silnica u zračnom rasporu dolazi u slučaju translacijskog pomaka rotora u aksijalnom smjeru (slika 2.2. gore), te u slučaju kutnog pomaka rotora oko radijalnog smjera (slika 2.2. dolje). Iz navedenog slijedi da će pasivna stabilizacija stabilizirati rotor u tri stupnja slobode gibanja rotora a to su: pomak rotora u aksijalnom smjeru (pomak z_R- na slici 2.1), rotacija rotora oko x- osi (kutni pomak rotora φ_x na slici 2.1) i rotacija rotora oko y- osi (kutni pomak rotora φ_y na slici 2.1). Može se reći da u slučaju kada se rotor nalazi u centralnom položaju, on se nalazi u stanju stabilne ravnoteže u smislu njegovih pomaka opisanih varijablama: z_R, φ_x i φ_y. Magnetsko polje permanentnih magneta, osim prethodno objašnjenog stabilizirajućeg djelovanja koje je poželjno, uzrokuje i neželjeno destabilizirajuće djelovanje. Naime, kada se rotor nalazi u centralnom položaju (

$x_R = y_R = z_R = 0\ m,\ \varphi_x = \varphi_y = 0$ rad) tada se on nalazi u labilnoj[7] ravnoteži u smislu njegovih pomaka u radijalnim smjerovima (x_R- i y_R-). Odnosno, i najmanji pomak rotora iz centralnog položaja u bilo kojem radijalnom smjeru prouzrokovat će pojavu sile u radijalnom smjeru koja je usmjerena na način da rotor pokušava udaljavati iz centralnog položaja.

Destabilizirajuće djelovanje magnetskog polja permanentnih magneta nepoželjno je pošto na rotor djeluje na način da ga pokušava udaljiti iz centralnog položaja u radijalnim smjerovima, a njen neželjeni učinak pojavit će se uvijek kada nastupi situacija da rotor nije radijalno centriran, što je uvijek slučaj prilikom pokretanja bezležajnog motora, to jest u fazi dovođenja rotora u centralni položaj[8] prilikom pokretanja bezležajnog motora. Iz navedenog razloga slijedi da bezležajni motor mora biti optimiran na način da je sposoban generirati aktivnu silu u radijalnom smjeru koja je veća od najveće očekivane[9] destabilizirajuće sile jer u protivnom neće biti u stanju postići magnetsku levitaciju.

Za razliku od pasivne stabilizacije, aktivna stabilizacija rotora postiže se upravljanjem strujama kroz zavojnice motora, i njen je zadatak stabilizacija rotora u preostala dva stupnja slobode gibanja rotora (pomaci rotora u radijalnim smjerovima). Odnosno, aktivna stabilizacija rotora postignuta je regulacijom položaja rotora u radijalnim smjerovima, što zahtijeva senzore za mjerenje radijalnog položaja rotora. Aktivne sile u radijalnim smjerovima koje se generiraju upravljanjem strujama kroz faze motora u literaturi se često nazivaju "*sile ležaja"* (eng. *bearing forces*). Osnovni zadatak aktivne stabilizacije rotora je održavanje rotora u centralnom položaju u radijalnim smjerovima neovisno o poremećajima kao što su vanjske poremećajne sile u radijalnim smjerovima, ili pak pojava destabilizirajuće sile uslijed pomaka rotora iz centralnog položaja u radijalnom smjeru.

---

[7] Magnetsko polje permanentnih magneta ne stvara sile i momente na rotor kada se on nalazi u centralnom položaju. Sile odnosno momenti(stabilizirajuće i destabilizirajuće) koji djeluju na rotor uslijed djelovanja magnetskog polja permanentnih magneta pojavljuju se samo ako dođe do translacijskog odnosno kutnog pomaka rotora od njegovog centralnog položaja.

[8] U fazi postizanja magnetske levitacije. Prije pokretanja bezležajnog motora rotor je pomaknut iz centralnog položaja u radijalnom smjeru, i pridržavan je pomoćnim mehaničkim ležajem. Faza postizanja levitacije podrazumijeva proces dolaska rotora u centralni položaj iz položaja u kojem se nalazi kada motor ne radi.

[9] Destabilizirajuća sila kod BFSS motora je funkcija radijalnog položaja rotora i ona je to veća što je otklon rotora od centralnog položaja u radijalnom smjeru veći.

Po mehaničkoj konstrukciji BFSS motor je sličan konvencionalnom *Flux-Switching motoru*, a određene razlike su prisutne u geometrijskim razmjerima i spoju namota, pošto bezležajni motor, za razliku od konvencionalnog, mora imati sposobnost generiranja sila.

Mehanička konstrukcija statora sastavljena je od lameliranih limova u obliku C segmenata, permanentnih magneta i zavojnica, kao što se može vidjeti na slici 2.1. Između C segmenata umetnuti su permanentni magneti, koji su polarizirani tangencijalno pri čemu se smjer polarizacije permanentnih magneta mijenja naizmjenično, odnosno svaka dva susjedna permanentna magneta polarizirani su u suprotnim smjerovima čime oni stvaraju heteropolarni magnetski tok. Koncentrične zavojnice su motane oko statorskih zubiju, kao što se može vidjeti sa slike 2.1. Pošto su C segmenti statora razdvojeni permanentnim magnetima koji za magnetsko polje susjednih zavojnica i permanentnih magneta predstavljaju magnetske barijere[10], magnetsko polje jednog statorskog zuba koje je stvoreno od njemu pripadajućeg permanentnog magneta i zavojnice uglavnom je ograničeno na okolinu promatranog statorskog zuba [12]. Rotor je napravljen od izoliranog lameliranog željeza i oblika je nazubljenog diska, te ne posjeduje nikakve permanentne magnete.

Za razumijevanje osnovnog principa rada BFSS 12/10 motora potrebno je analizirati njegovu sposobnost generiranja momenta i radijalnih sila, što je moguće analizom magnetskih prilika u zračnom rasporu koje su ovisne o kutu rotora i strujama kroz zavojnice motora. Prilikom analize magnetskih prilika koje se javljaju kod BFSS 12/10 motora moguće je primijeniti princip superpozicije magnetskog polja permanentnih magneta i magnetskog polja zavojnica. Princip superpozicije može se primijeniti uz pretpostavku linearnih magnetskih svojstava materijala, što je približno ispunjeno u slučaju BFSS 12/10 motora pošto je optimiran da radi ispod granice zasićenja i sa zanemarivim efektom demagnetizacije permanentnih magneta.

Analizu rada BFSS 12/10 motora u smislu njegove sposobnosti generiranja momenta, a time i njegove sposobnosti vršenja elektromehaničke pretvorbe energije, moguće je napraviti analiziranjem promjena magnetskih prilika magnetskog polja permanentnih magneta do kojih dolazi uslijed rotacije rotora. Osnovni razlog zašto je za analizu rada BFSS 12/10 motora u smislu njegove sposobnosti generiranja momenta dovoljno promatrati magnetske prilike magnetskog polja permanentnih magneta objašnjen je u nastavku.

[10] Permanentni magnet za magnetsko polje susjednih zavojnica i permanentnih magneta predstavljaju zračni raspor.

Kako BFSS 12/10 motor posjeduje i permanentne magnete i rotor s izraženim polovima, generirani elektromagnetski moment BFSS 12/10 motora sastoji se od nekoliko komponenata. Komponente momenta za slučaj da je samo jedna zavojnica protjecana strujom, te uz pretpostavku linearnih magnetskih svojstava[11], izražene preko ulančanih tokova glase [11]:

$$T_z = \frac{1}{2}\frac{\partial \psi_{i,coil}\left(\varphi_R, i_i\right)}{\partial \varphi_R} i_i + \frac{\partial \psi_{PM,coil}\left(\varphi_R\right)}{\partial \varphi_R} i_i + \frac{1}{2}\frac{\partial \psi_{PM}\left(\varphi_R\right)}{\partial \varphi_R} I_{PM} \tag{2.1}$$

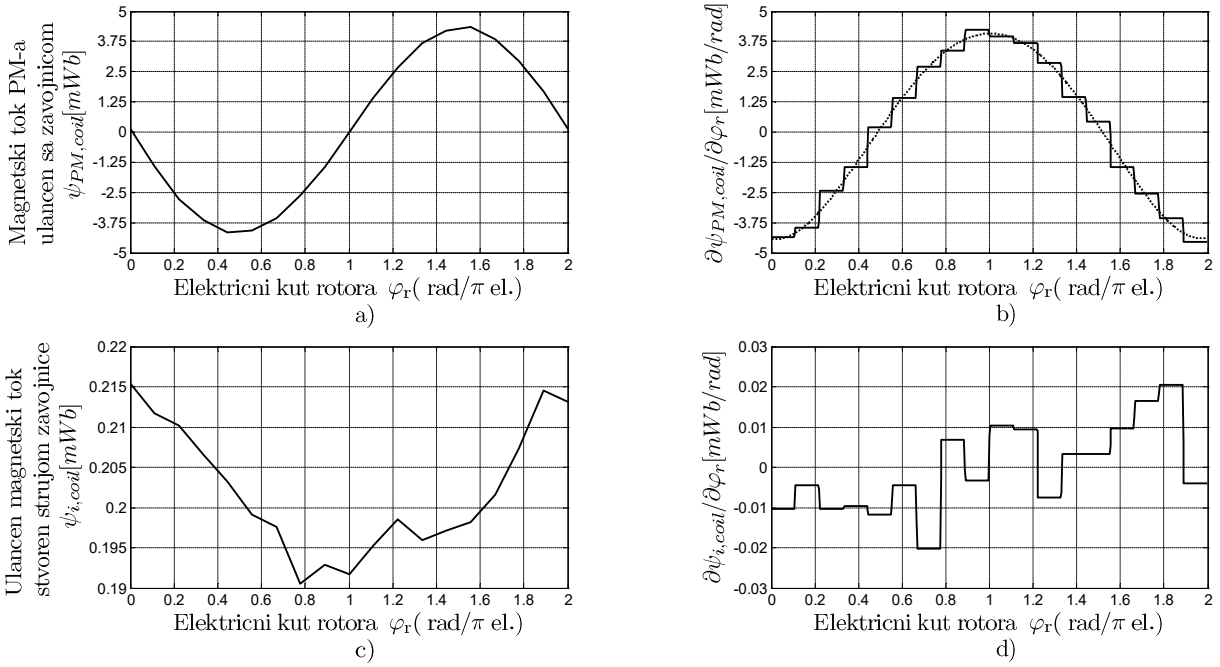
gdje je $\psi_{i,coil}$ ulančan magnetski tok zavojnice kreiran od struje zavojnice, $\psi_{PM,coil}$ je magnetski tok (ulančan) permanentnih magneta koji je ulančan sa zavojnicom, ψ_{PM} je tok permanetnog magneta, I_{PM} je fiktivna struja permanetnog magneta, dok je i_i struja i-te zavojnice motora.

Prema izrazu (2.1) moment koji generira jedna zavojnica motora posjeduje tri komponente. Prva komponenta (opisana s $(1/2)\left(\partial \psi_{i,coil}\left(\varphi_R, i_i\right)/\partial \varphi_R\right) i_i$) posljedica je interakcije struje zavojnice i feromagnetskog materijala rotora. Ova komponenta momenta predstavlja reluktantni moment (eng. *reluctance torque*, *aligment torque*) i kao takva ona je glavna komponenta momenta kod reluktantnih strojeva bez permanentnih magneta. Svojstveno reluktantnoj komponenti momenta je njena kvadratna ovisnost o struji[12]. Druga komponenta momenta (opisana s $\left(\partial \psi_{PM,coil}\left(\varphi_R\right)/\partial \varphi_R\right) i_i$) posljedica je interakcije magnetskog polja permanentnih magneta i magnetskog polja zavojnice motora. Ova komponenta momenta predstavlja elektromagnetski moment (eng. *electromagnetic torque*, *magnet torque*) i najčešće je dominantna kod strojeva s permanentnim magnetima. Ovoj komponenti momenta je svojstvena njena linearna ovisnost o struji. Treća komponenta momenta (opisana s $(1/2)\left(\partial \psi_{PM}\left(\varphi_R\right)/\partial \varphi_R\right) i_{PM}$) posljedica je interakcije magnetskog polja permanentnog magneta i feromagnetskog materijala rotora, te nije ovisna o struji motora. Ova komponenta uzrokuje neželjenu valovitost momenta (eng. "cogging torque"). Međutim, kako je prethodno objašnjeno, ova komponenta momenta se u slučaju BFSS 12/10 motora može zanemariti pošto je BFSS 12/10 motor optimiran na način da ova komponenta momenta bude zanemarivo mala.

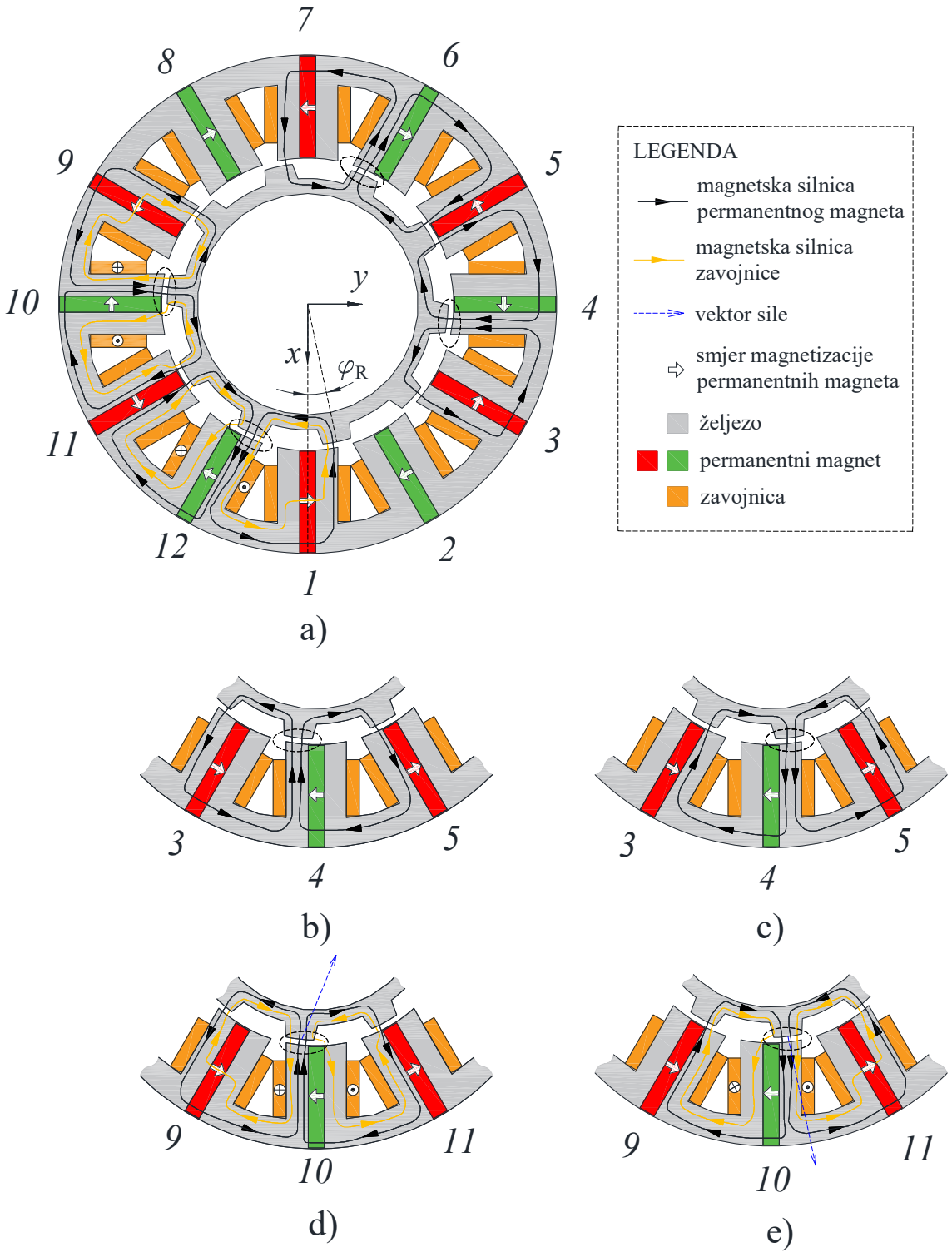
[11] U slučaju da nije moguće zanemariti zasićenje, tada svi ulančani magnetski tokovi ovise i o strujama i o kutu rotora.

[12] Ulančan magnetski tok $\psi_{i,coil}$ ovisan je o struji, i uz pretpostavku linearnih magnetskih materijala može se zapisati kao produkt struje i induktiviteta ovisnog o kutu rotora.

Iz izraza (2.1) slijedi da sve komponente momenta jedne zavojnice ovise o derivaciji ulančanih magnetskih tokova po kutu rotora (strmini ulančanih magnetskih tokova po kutu rotora). Na slici 2.3 prikazani su ulančani magnetski tokovi kao funkcije kuta rotora za slučaj BFSS 12/10 motora zajedno s njihovim pripadnim derivacijama po kutu rotora. Ulančani magnetski tok prikazan na slici 2.3 (b) odnosi se na slučaj kada kroz zavojnicu teče nazivna struja koja za korišteni BFSS 12/10 iznosi 760 Amper-zavoja.



Slika 2.3. Ulančani magnetski tokovi jedne zavojnice BFSS 12/10 motora kao funkcije kuta rotora dobiveni FEM simulacijama (lijevo), te derivacije ulančanih magnetskih tokova po kutu rotora (desno) dobiveni numeričkim deriviranjem ulančanih magnetskih tokova.



Slika 2.4. Magnetske silnice permanentnih magneta (PM) i zavojnica BFSS 12/10 motora. (a) presjek BFSS 12/10 motora s magnetskim silnicama. (b), (c) magnetske silnice permanentnih magneta ulančane s zavojnicom 4 za različite relativne položaje rotorskog zuba u odnosu na PM četvrte zavojnice. (d), (e) magnetske silnice permanentnih magneta i struje zavojnice 10 koje su ulančane sa zavojnicom 10 za različite relativne položaje rotorskog zuba u odnosu na PM zavojnice 10.

Kao što se može vidjeti sa slike 2.3, elektromagnetski moment predstavlja dominantnu komponentu momenta, dok se reluktantni moment može zanemariti, pošto je derivacija ulančanog magnetskog toka kreiranog od same zavojnice (Slika 2.3(b)) zanemariva u usporedbi s derivacijom magnetskog toka permanentnih magneta koji je ulančan sa statorskom zavojnicom (Slika 2.3(a)). Može se zaključiti da je za analizu rada BFSS 12/10 motora u smislu njegove sposobnosti generiranja momenta dovoljno analizirati magnetsko polje permanentnih magneta.

Na slici 2.4a ucrtane su magnetske silnice permanentnih magneta koje su ulančane sa zavojnicom 4, odnosno 6. Na slikama 2.4b i 2.4c prikazane su magnetske silnice permanentnih magneta koje su ulančane sa zavojnicom 4 za dva različita položaja rotora. Usporedbom magnetskih silnica prikazanih na slikama 2.4b i 2.4c može se zaključiti da će se iznos i smjer ulančanog magnetski toka mijenjati ovisno o kutu rotora. Naime, kada se rotor nalazi u položaju kao što je prikazano na slici 2.4b, magnetske silnice prelaze sa statora na rotor, dok u slučaju položaja rotora kao što je prikazano na slici 2.4c one prelaze s rotora na stator. Točan valni oblik magnetskog toka permanentnih magneta koji je ulančan sa statorskom zavojnicom prikazan je na slici 2.3a, gdje se vidi da se radi o sinusnom valnom obliku, pri čemu magnetski tok mijenja predznak u trenutku kada je zub rotora točno poravnat s permanentnim magnetom. Sukladno rezultatima istraživanja optimizacije geometrije sinusni valni oblik magnetskog toka permanentnih magneta BFSS 12/10 motora postignut je odgovarajućim izborom širine zuba rotora.

Ulančanom magnetskom toku permanentnih magneta BFSS 12/10 motora svojstvena je dakle promjena predznaka do koje dolazi prilikom zakretanja rotora i takav magnetski tok naziva se heteropolarni magnetski tok. Naime, postoje i homopolarne varijante bezležajnog motora kod kojih ne dolazi do promjene predznaka magnetskog toka permanentnih magneta prilikom zakreta rotora, već samo do promjene iznosa [12]. Međutim, heteropolarne varijante bezležajnog motora, u odnosu na homopolarne varijante, imaju bolje karakteristike u smislu stvaranja (generiranja) momenta [12].

Promjena magnetskog toka permanentnih magneta koji je ulančan sa zavojnicom statora dovodi do pojave induciranog napona u zavojnici prilikom rotacije rotora, čime je omogućena elektromehanička pretvorba, odnosno generiranje momenta motora.

Za razumijevanje osnovnih principa rada BFSS motora u smislu njegove sposobnosti generiranje aktivne sile u radijalnim smjerovima moguće je razmotriti situacije prikazane na slikama 2.4d i 2.4e, gdje je u oba slučaja zavojnica 10 protjecana strujom. Naime, silom se aktivno

može upravljati na način da se magnetski tok u zračnom rasporu povećava ili smanjuje. Naime, u slučaju prikazanom na slici 2.4d povećanje struje kroz zavojnicu dovodi do smanjenja magnetskog toka u zračnom rasporu pošto se magnetski tok zavojnice oduzima od magnetskog toka permanentnih magneta što rezultira silom koja je usmjerena kako je prikazano vektorom plave boje. U slučaju prikazanom na slici 2.4e povećanje struje kroz zavojnicu dovodi do povećanja magnetskog toka u zračnom rasporu pošto se magnetski tok zavojnice zbraja s magnetskim tokom permanentnih magneta što rezultira silom koja je usmjerena kako je nacrtano vektorom plave boje. Iako prethodno opisani način generiranja aktivne sile, koja je u razmatranom slučaju posljedica interakcije magnetskog polja permanentnih magneta i magnetskog polja zavojnice, predstavlja glavnu komponentu sile kod BFSS 12/10 motora, ona nije jedina komponenta sile. Naime, kod BFSS 12/10 motora, u slučaju da se promatra samo jedna zavojnica motora, značajan doprinos generiranju sile ima i komponenta sile koja je posljedica interakcije magnetskog polja zavojnice i feromagnetskog materijala rotora, i ova komponenta sile naziva se reluktantna sila. Svojstveno reluktantnoj komponenti sile je njena kvadratna ovisnost o struji zavojnice, za razliku od komponente sile koja je posljedica interakcije magnetskog polja permanentnih magneta i magnetskog polja zavojnica kojoj je svojstvena linearna ovisnost o struji zavojnice. Više o komponentama sile koje se javljaju kod BFSS 12/10 motora bit će rijeći u nastavku rada.

3. Pregled dosadašnjih istraživanja

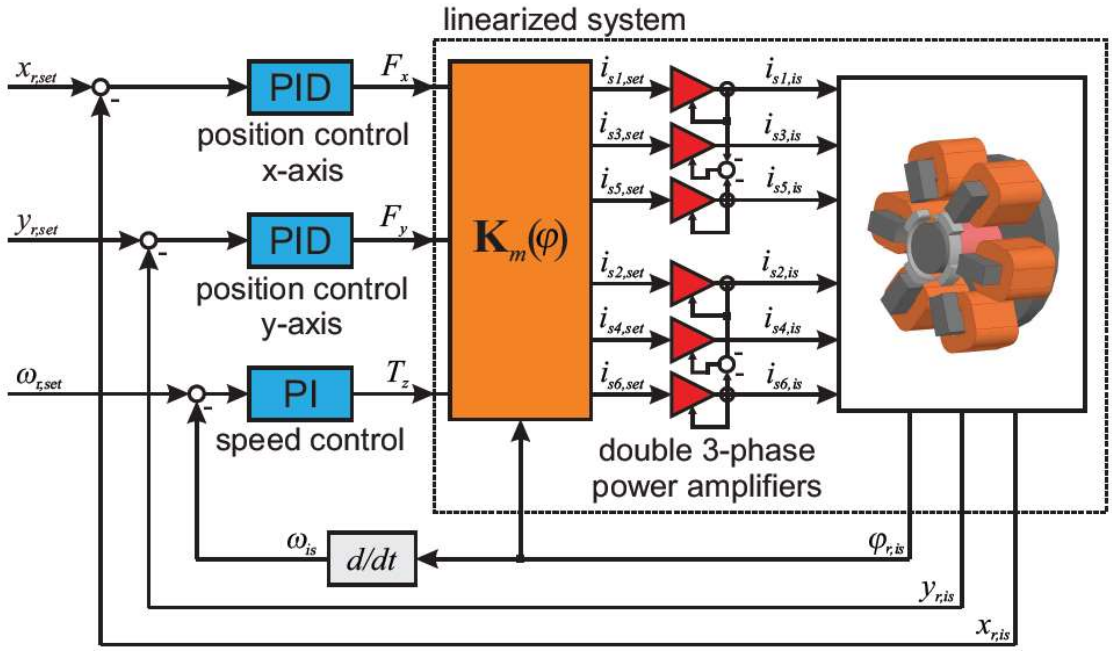
Bezležajni motori s rotorom u obliku diska našli su svoju primjenu uslijed prednosti koje posjeduju u odnosu na konvencionalne motore s mehaničkim ležajevima. U usporedbi s konvencionalnim motorima, bezležajni motor koristi magnetsku suspenziju rotora, što znači da ne posjeduje mehaničke ležajeve. Uslijed nepostojanja mehaničkih ležajeva, bezležajni motori ne zahtijevaju podmazivanje, što ih čini vrlo pogodnim u aplikacijama gdje se zahtijeva visoka čistoća, uglavnom u medicinskoj ili farmaceutskoj industriji [12]. Česta primjena bezležajnih motora u medicini je njihovo korištenje u obliku pumpi koje služe za pumpanje krvi [2], [13] - [15], dok se u farmaceutskoj i biomedicinskoj industriji uglavnom koriste kao pogoni mješalica [16] - [18].

3.1 Regulacijska struktura bezležajnih motora temeljena na strujnom modelu (strujni regulatori u statorskom sustavu)

Na slici 3.1 prikazana je regulacijska struktura bezležajnog homopolarnog motora s reluktantnim rotorom oblika diska (eng. *Bearingless homopolar reluctance slice motors*) [12], te predstavlja tipičnu regulacijsku strukturu bezležajnog motora temeljenu na strujnom modelu pri čemu su strujni regulatori realizirani u statorskom koordinatnom sustavu. Koncept koji koristi regulacijska struktura prikazana na slici 3.1 prvi je put predstavljen u [19]. Radi se o kaskadnoj regulacijskoj strukturi koja koristi unutarnje strujne regulacijske krugove, te vanjske regulacijske krugove za regulaciju radijalnog položaja i brzine vrtnje.

Centralni blok regulacijske strukture predstavlja $\boldsymbol{K_m}(\varphi_R)$ matrica, koja na temelju varijable u povratnoj vezi (kuta rotora) i na temelju izlaza iz vanjskih regulatora izračunava struje koje je

potrebno utisnuti u faze motora sa ciljem ostvarenja jednakosti zadanih (izlazne veličine iz vanjskih regulatora) i ostvarenih radijalnih sila, odnosno momenta.



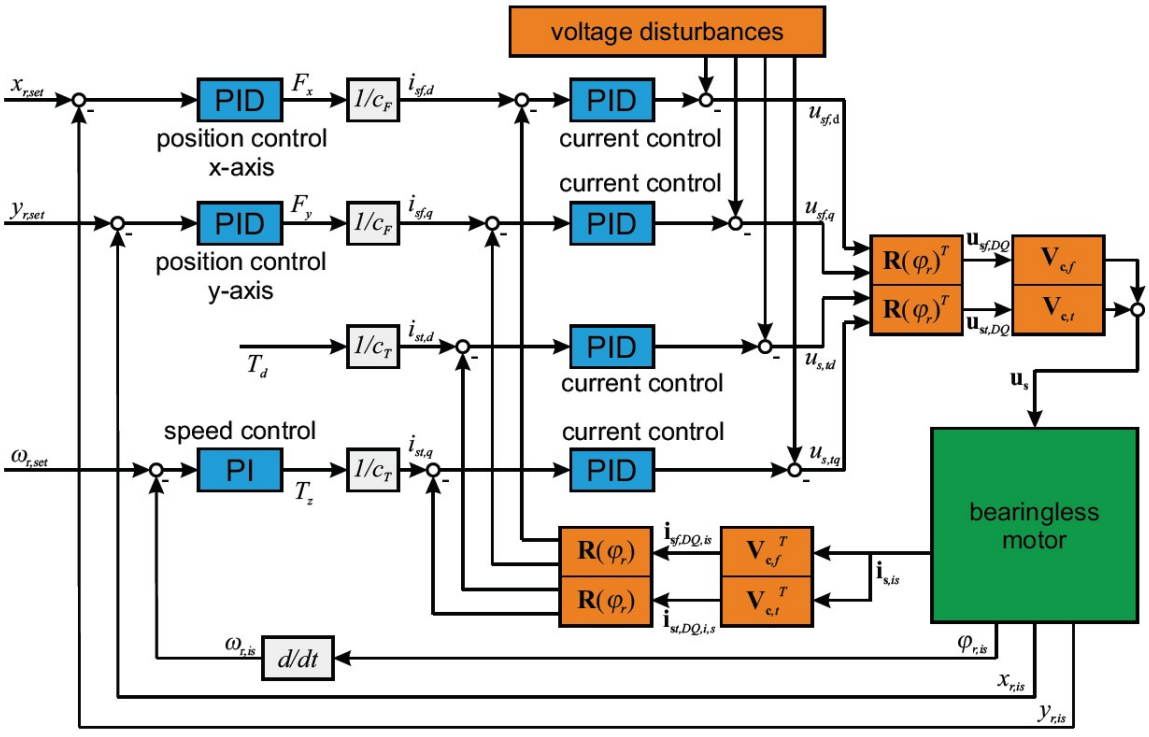
Slika 3.1. Regulacijska struktura bezležajnog motora sa reluktantnim rotorom u heteropolarnoj varijanti. Slika je preuzeta iz [12].

Regulacijska struktura, predstavljena u [19], uz mogućnost postojanja određenih modifikacija, uspješno je eksperimentalno provjerena na većem broju različitih vrsta bezležajnih motora kao što su primjerice bezležajni motor s četiri statorska segmenta [20], bezležajni motor velike brzine vrtnje [21], bezležajni Vernier motor s vanjskim rotorom [22], bezležajni homopolarni motor s reluktantnim rotorom oblika diska [23], bezležajni heteropolarni motor s reluktantnim rotorom i razdvojenim sustavom namota [44], bezležajni motor za pogon male pumpe za pumpanje krvi [24], bezležajni heteropolarni motor s reluktantnim rotorom i naizmjenično pobuđivanim namotom [25] i bezležajni motor za pogon centrifugalne pumpe [26].

3.2 Regulacijske strukture bezležajnih motora temeljene na strujnom modelu (strujni regulatori u rotorskom sustavu)

Osim prethodno spomenutog i često korištenog pristupa kod kojih su strujni regulatori izvedeni u statorskom koordinatnom sustavu, postoje i regulacijske strukture kod kojih su strujni regulacijski krugovi izvedeni u rotorskom koordinatnom sustavu. Na slici 3.2 prikazana je regulacijska struktura temeljena na strujnom modelu pri čemu su strujni regulatori izvedeni u rotorskom koordinatnom sustavu, pri čemu je $\boldsymbol{R}(\varphi_R)$ rotacijska matrica, $\boldsymbol{V}_{c,x}$ je generalizirana Clarkova transformacija, dok su c_F i c_T konstante ovisne o strujnom modelu motora. Više detalja o regulacijskoj strukturi prikazanoj na slici 3.2 može se naći u [12].

Regulacijska struktura prikazana na slici 3.2, uz mogućnost postojanja određenih modifikacija, također je implementirana na raznim vrstama bezležajnih motora kao što je publicirano primjerice u [16], [27], [43] i [28].



Slika 3.2. Blok shema regulacijske strukture bezležajnog motora sa strujnim regulacijskim krugovima izvedenim u rotorskom sustavu. Slika je preuzeta iz [12].

3.3 Regulacijske strukture bezležajnih motora temeljene na naponskom modelu

Osim prethodno navedenih upravljačkih struktura, koje se temelje na strujnom modelu bezležajnog motora, razvijene su i upravljačke strukture bezležajnog motora koje se temelje na naponskom modelu bezležajnog motora [29], [30]. Međutim, one se rjeđe koriste zbog svoje složenosti, kao i eventualne osjetljivosti na promjenu parametara bezležajnog motora [12]. Za razliku od regulacijskih struktura temeljenih na strujnom modelu, u kojem se prisutne nelinearnosti modela mogu opisati bezmemorijskim podsustavom (sile i moment u funkcijskoj su vezi sa strujama), u slučaju izrade nelinearne regulacijske strukture temeljene na naponskom modelu potrebno je uzeti u obzir nelinearne diferencijalne jednadžbe naponskog modela bezležajnog motora, što zahtijeva dublju primjenu teorije upravljanja nelinearnim sustavima. Blok shema regulacijske strukture bezležajnog motora temeljenoj na naponskom modelu ovdje nije dana uslijed njene složenosti, te se za više detalja čitatelj upućuje na [29], [30].

4. Strujni model bezležajnog BFSS motora s rotorom u oblika diska

Strujni model bezležajnog motora s rotorom u obliku diska opisuje ovisnost generiranih radijalnih sila i momenta o strujama motora i kutu rotora. Opći strujni model bezležajnog motora, koji vrijedi za bilo koji bezležajni motor, izveden je u [31] korištenjem Maxwellovog tenzora naprezanja (eng. *Maxwell stress tensor*) i on glasi:

$$\boldsymbol{F}(\varphi_R, \boldsymbol{i}_s) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_s^T & \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{O}_{1\times m} \\ \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{i}_s^T & \boldsymbol{O}_{1\times m} \\ \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{i}_s^T \end{bmatrix} \boldsymbol{T}_{Q_M}(\varphi_R)\boldsymbol{i}_s + \boldsymbol{T}_L(\varphi_R)\boldsymbol{i}_s + \boldsymbol{T}_C(\varphi_R), \tag{4.1}$$

gdje je φ_R kut rotora, m je broj faza motora, $\boldsymbol{O}_{1\times m}$ je nul-matrica (matrica popunjena nulama) dimenzija 1×m, dok $\boldsymbol{i_s}=[i_{s1}\ i_{s2}\ \ldots\ i_{sm}]^T$ predstavlja vektor struja motora. Izraz (4.1) vrijedi u slučaju kada se rotor bezležajnog motora nalazi u centralnom položaju i vrijedi uz pretpostavku linearnih magnetskih svojstava materijala, odnosno pretpostavka je da se nelinearnosti kao što su zasićenje i demagnetizacija mogu zanemariti. U slučaju BFSS 12/10 motora pretpostavka linearnih magnetskih svojstava je ispunjena kako je objašnjeno u uvodnom dijelu.

U izrazu (4.1) postoje tri člana (pribrojnika). Član koji sadrži $\boldsymbol{T_{Q_m}}(\varphi_R)$ matricu kvadratno je ovisan o strujama i predstavlja reluktantne sile i moment. Ovaj član je dominantan kod standardnih magnetskih ležajeva i reluktantnih strojeva, i posljedica je interakcije struje statora i feromagnetskog materijala rotora te na njega nema utjecaj magnetsko polje permanentnih magneta. Ovaj član se kod većine bezležajnih motora može zanemariti uslijed povećanog zračnog raspora. Član koji sadrži $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ matricu linearno je ovisan o strujama, te je posljedica interakcije magnetskog polja struja motora i magnetskog polja permanentnih magneta. Ovaj član je dominantan kod većine bezležajnih motora [12]. Posljednji član (koji je opisan s matricom $\boldsymbol{T_C}(\varphi_R)$)

nije ovisan o strujama motora i posljedica je interakcije magnetskog polja permanentnih magneta i feromagnetskog materijala rotora. Ova komponenta momenta uzrokuje valovitost (pulzacije) sila i momenta (eng. cogging forces and torque), ali se ona najčešće može zanemariti ili kompenzirati [6].

Parametri strujnog modela (funkcijske ovisnosti u matricama $\boldsymbol{T_{Q_m}}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T_C}(\varphi_R)$) mogu se odrediti na temelju rezultata dobivenih korištenjem FEM simulacija ili na temelju izrađenog analitičkog modela. Čest je pristup da se cjelokupni strujni model odredi na temelju poznate karakteristike jedne faze motora [32]. Iz navedenog razloga u sljedećem je poglavlju opisan postupak određivanja karakteristike jedne faze motora.

4.1 Karakteristika jedne faze

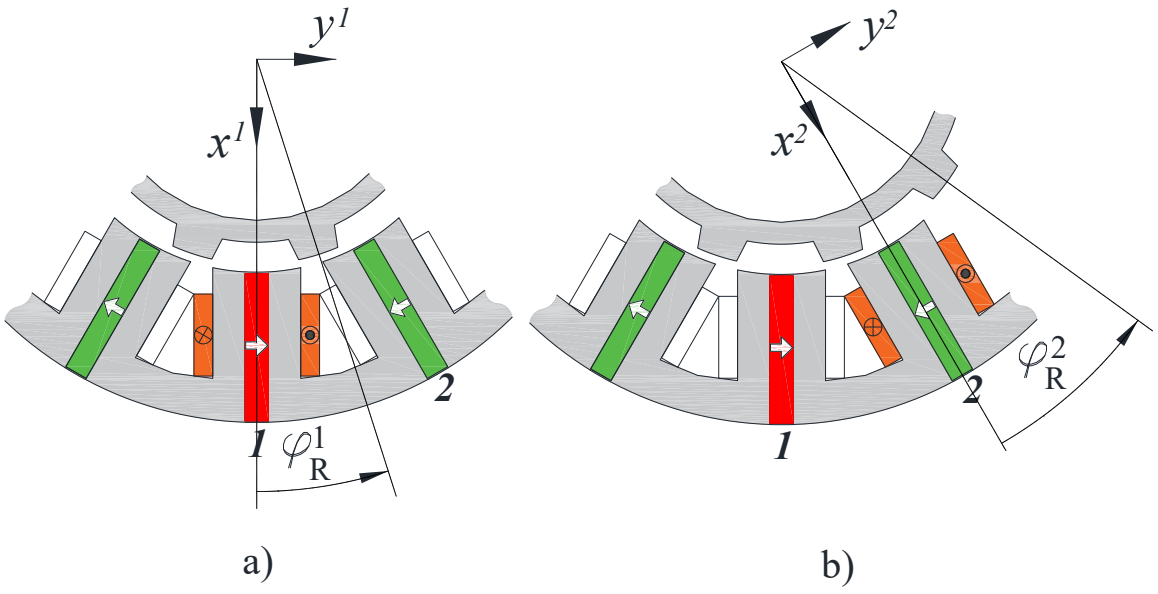
Karakteristika jedne faze motora (eng. *Single-phase characteristic*) opisuje generiranje aktivnih sila i momenta u ovisnosti o struji jedne faze motora i o kutu rotora. Općenito govoreći, faza motora može se sastojati od jedne ili više zavojnica. Tipično, jedna faza motora može se sastojati od dvije zavojnice spojene u seriju, kao što je slučaj BFSS 12/10 motora s razdvojenim sustavom namota [8](eng. *Separated winding system*). Razdvojeni sustav namota sastoji se od faza koje generiraju isključivo radijalne sile i od faza koje generiraju isključivo moment. Izrada bezležajnog motora s razdvojenim sustavom namota postiže se odgovarajućom konstrukcijom i spojem namota bezležajnog motora. Dodatno, u slučaju BFSS 12/10 motora s kombiniranim sustavom namota, odgovarajućim spajanjem namota ne samo što je postignuto rasprezanje aktivno generiranih radijalnih sila i momenta, već je postignuta i linearna ovisnost aktivno generiranih sila o strujama, o čemu će biti više riječi u nastavku ovog rada.

Za razliku od bezležajnog motora s razdvojenim sustavom namota, kod bezležajnog motora s kombiniranim sustavom namota (eng. *Combined winding system*) svaka faza motora generira i silu i moment. U slučaju BFSS 12/10 motora koji je izvorno razvijen kao motor s razdvojenim sustavom namota, odgovarajućim prespajanjem namota moguće je postići BFSS 12/10 motor s kombiniranim sustavom namota, što je i napravljeno za potrebe istraživanja provedenog u ovom radu. Namot BFSS 12/10 motor je prespojen na način da svaka zavojnica motora čini jednu fazu motora, pri čemu je korišteno samo 6 od ukupno 12 zavojnica. Iz navedenog razloga, u ovom radu pod jednom fazom motora se podrazumijeva da je jedna faza motora sastavljena od jedne zavojnice motora.

Karakteristiku jedne faze motora, odnosno funkcijske ovisnosti aktivno generiranih radijalnih sila i momenta o struji faze motora i o kutu rotora može se dobiti ako se u izrazu za strujni model sve osim *n*-te struje postave u nulu. Uvrštenjem vektora struja $\boldsymbol{i}_s=[0\ 0\ \ldots\ i_{sn}\ \ldots\ 0]^T$ u izraz (4.1), te uz zanemarenje vektora $\boldsymbol{T_C}(\varphi_R)$, dobije se karakteristika jedne faze i ona za n-tu zavojnicu glasi

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{bmatrix} = \boldsymbol{t_{Qn}}(\varphi_R) i_{sn}^2 + \boldsymbol{t_{Ln}}(\varphi_R) i_{sn} = \begin{bmatrix} T_{Q1n}(\varphi_R) \\ T_{Q2n}(\varphi_R) \\ T_{Q3n}(\varphi_R) \end{bmatrix} (i_{sn})^2 + \begin{bmatrix} T_{L1n}(\varphi_R) \\ T_{L2n}(\varphi_R) \\ T_{L3n}(\varphi_R) \end{bmatrix} i_{sn}. \tag{4.2}$$

gdje je φ_R kut rotora u statorskom koordinatnom sustavu koji je postavljen da se poklapa s prvom zavojnicom kako je prikazano na slici 2.4a, i_{sn} je struja n-te faze, dok su $T_{Q1n}(\varphi_R), T_{Q2n}(\varphi_R), T_{Q3n}(\varphi_R)$, $T_{L1n}(\varphi_R), T_{L2n}(\varphi_R)$ i $T_{L3n}(\varphi_R)$ koeficijenti (funkcije) ovisni o kutu rotora. Iz izraza (4.2) vidljivo je da aktivno generirane radijalne sile i moment koje stvara struja jedne faze (zavojnice) motora kvadratno ovise o struji te faze motora. Za potrebe izračuna cjelokupnog strujnog modela bezležajnog motora, pogodno je uvesti relativne koordinatne sustave, gdje je svakoj fazi motora pridružen njen relativni koordinatni sustav na način kako je to prikazano na slici 4.1 za slučaj faze 1 i 2.



Slika 4.1. Segmenti motora s pridruženim relativnim koordinatnim sustavima za slučaj prve faze motora a), i za slučaj druge faze motora b).

Usporedi li se slika 2.4a sa slikom 4.1a vidljivo je da se relativni koordinatni sustav prve zavojnice poklapa s fiksnim statorskim koordinatnim sustavom. Izrazi li se karakteristika jedne faze u relativnom koordinantim sustavu n-te faze dobije se

$$\begin{bmatrix} F_x^n \\ F_y^n \\ T_z^n \end{bmatrix} = \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Qn}}^{\boldsymbol{n}}\left(\varphi_R^n\right)\left(i_{sn}\right)^2 + \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Ln}}^{\boldsymbol{n}}\left(\varphi_R^n\right) i_{sn} = \begin{bmatrix} T_{Q1n}^n\left(\varphi_R^n\right) \\ T_{Q2n}^n\left(\varphi_R^n\right) \\ T_{Q3n}^n\left(\varphi_R^n\right) \end{bmatrix}\left(i_{sn}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L1n}^n\left(\varphi_R^n\right) \\ T_{L2n}^n\left(\varphi_R^n\right) \\ T_{L3n}^n\left(\varphi_R^n\right) \end{bmatrix} i_{sn}, \tag{4.3}$$

pri čemu su radijalne sile F_x^n i F_y^n, moment motora T_z^n, kut rotora φ_R^n, i vektori stupci sastavljeni od koeficijenata ovisnih o kutu rotora $\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Qn}}^{\boldsymbol{n}}\left(\varphi_R^n\right)$ i $\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Ln}}^{\boldsymbol{n}}\left(\varphi_R^n\right)$ napisani u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze.

Kako je prethodno napomenuto, u većini slučajeva cijeli strujni model moguće je odrediti na temelju karakteristike jedne faze (karakteristike prve zavojnice). Međutim, u slučaju BFSS 12/10 motora, cjelokupni model bezležajnog motora moguće je odrediti na temelju karakteristike jedne faze prve i druge zavojnice. Naime, pogleda li se slika konstrukcije BFSS 12/10 motora (slika 2.4a) jasno je vidljivo da se smjerovi polarizacije permanentnih magneta naizmjenično mijenjanju, što posljedično dovodi do različitih karakteristika parnih i neparnih zavojnica. Iz navedenog razloga cjelokupni strujni model (za sve faze) je najjednostavnije odrediti iz poznatih karakteristika prve i druge zavojnice, što će biti objašnjeno kasnije.

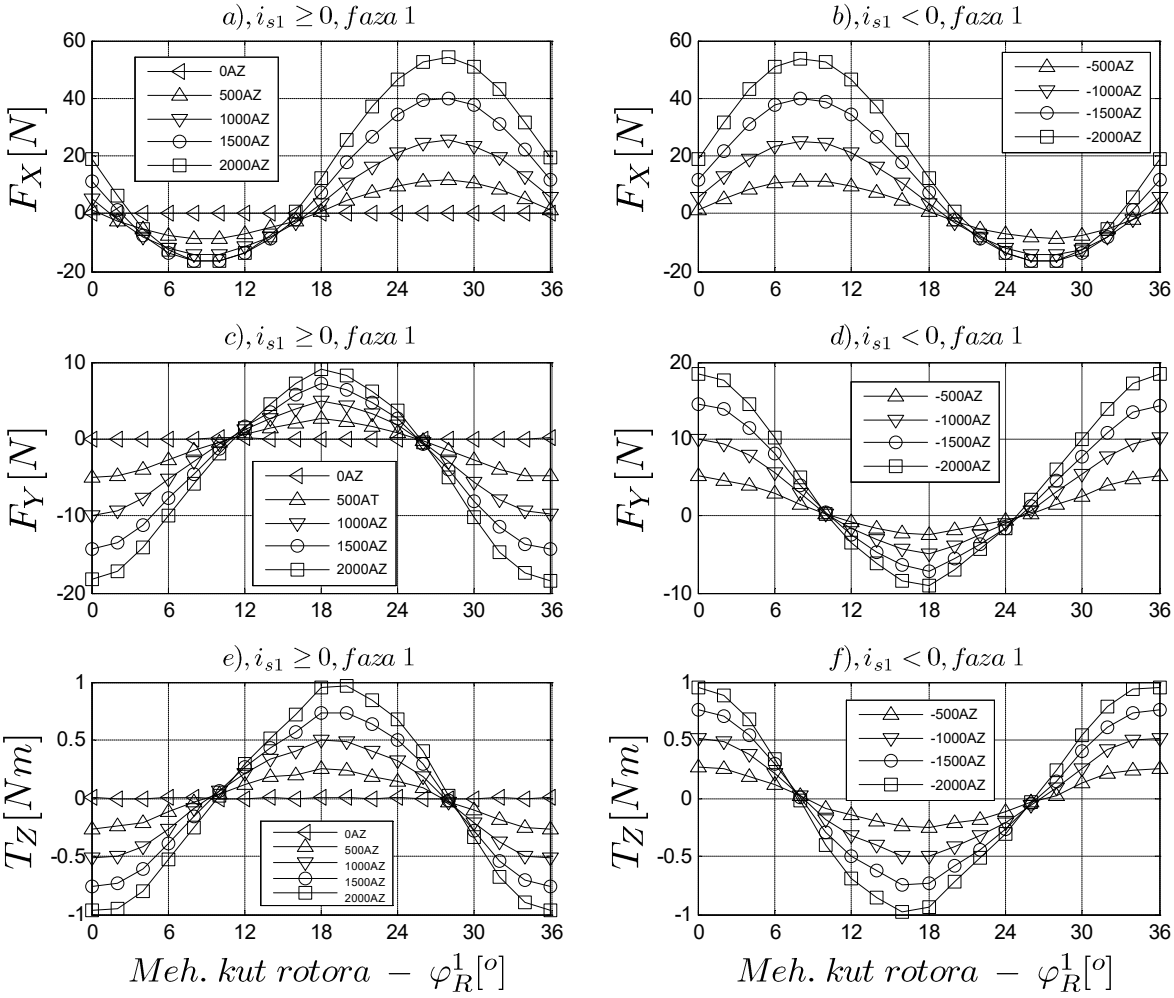
Karakteristika jedne faze za prvu zavojnicu glasi

$$\begin{bmatrix} F_x^1 \\ F_y^1 \\ T_z^1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}1}^{1}\left(\varphi_R^1\right)\left(i_{s1}\right)^2 + \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}2}^{1}\left(\varphi_R^1\right) i_{sn} = \begin{bmatrix} T_{Q11}^1\left(\varphi_R^1\right) \\ T_{Q21}^1\left(\varphi_R^1\right) \\ T_{Q31}^1\left(\varphi_R^1\right) \end{bmatrix}\left(i_{s1}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}^1\left(\varphi_R^1\right) \\ T_{L21}^1\left(\varphi_R^1\right) \\ T_{L31}^1\left(\varphi_R^1\right) \end{bmatrix} i_{s1}, \tag{4.4}$$

dok je karakteristika jedne faze druge zavojnice

$$\begin{bmatrix} F_x^2 \\ F_y^2 \\ T_z^2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}2}^{2}\left(\varphi_R^2\right)\left(i_{s2}\right)^2 + \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}2}^{2}\left(\varphi_R^2\right) i_{s2} = \begin{bmatrix} T_{Q12}^2\left(\varphi_R^2\right) \\ T_{Q22}^2\left(\varphi_R^2\right) \\ T_{Q32}^2\left(\varphi_R^2\right) \end{bmatrix}\left(i_{s2}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L12}^2\left(\varphi_R^2\right) \\ T_{L22}^2\left(\varphi_R^2\right) \\ T_{L32}^1\left(\varphi_R^2\right) \end{bmatrix} i_{s2}. \tag{4.5}$$

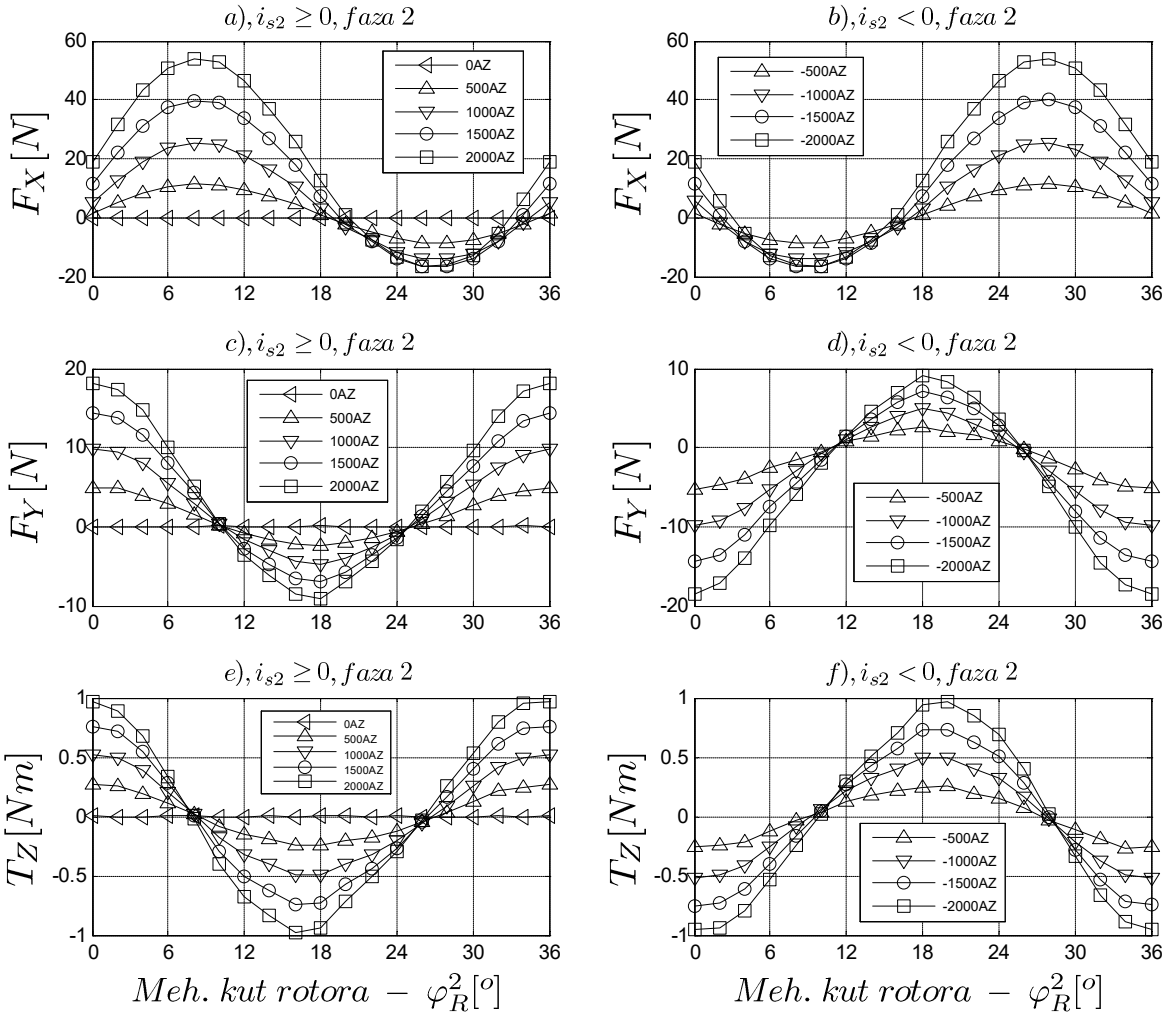
Za određivanje nepoznatih funkcijskih ovisnosti danih u izrazima (4.4) i (4.5) korištene su simulacije temeljene na metodi konačnih elemenata za slučaj magnetostatike. Rezultati FEM simulacija vidljivi su na slici 4.2 za slučaj prve faze, odnosno na slici 4.3 za slučaj druge faze.



Slika 4.2. Radijalne sile i moment prve faze (zavojnice) u ovisnosti o kutu rotora i struji prve faze dobivene FEM simulacijama

Kako je vidljivo iz izraza (4.4) i (4.5) radijalne sile i moment koje generira jedna faza ovisne su i o kutu rotora i o struji zavojnice, te je stoga cilj provedenih simulacija utvrđivanje utjecaja kuta rotora i struje zavojnice na generirane radijalne sile i moment motora. Iz navedenog razloga generirane radijalne sile i moment su određivani za različite diskretne vrijednosti kuta rotora i struje pojedine faze. Mehanički kut rotora mijenjan je s korakom od 2°, dok je struja zavojnice mijenjana s korakom od 500 amper-zavoja (AZ). Diskretne vrijednosti kuta rotora za koje su pronalažene sile i moment su na slikama 4.2 i 4.3 istaknute markerima (□, ○,◁,△,▽), i simulacija je napravljena za jedan puni električni okret rotora (puni električni okret odgovara mehaničkom kutnom zakretu od 36° pošto BFSS 12/10 motor ima rotor sa 10 zubiju pa se električke prilike ponavljaju pod svakim zubom odnosno polom). Vrijednosti krivulja konstantne struje za kuteve rotora za koje nisu rađene

simulacije (između diskretnih vrijednosti) određene su upotrebom kubnog splajna (kubna interpolacija).



Slika 4.3. Radijalne sile i moment druge faze (zavojnice) u ovisnosti o kutu rotora i struji druge faze dobivene FEM simulacijama

Promotre li se slike 4.2 i 4.3 mogu se donijeti sljedeći zaključci:

- U slučaju da je struja jednaka nuli (0AZ), generirane radijalne sile (Fx, Fy) i moment (Tz) zanemarivo su mali. Odnosno, valovitost sila (eng. *cogging forces*) i valovitost momenta (eng. *cogging torque*) zanemarivo su mali (slike 4.2a, 4.2c, 4.2e, 4.3a, 4.3c i 4.3e).
- Generirani moment (slike 4.2e, 4.2f, 4.3e i 4.3f) približno sinusoidalno ovisi o kutu rotora pri konstantnoj struji koja prolazi kroz faze motora. Ovaj rezultat je očekivan, jer, kako je prethodno već spomenuto, BFSS 12/10 motor je optimiran da generirani moment kao funkcija kuta rotora bude sinusoidalnog valnog oblika.

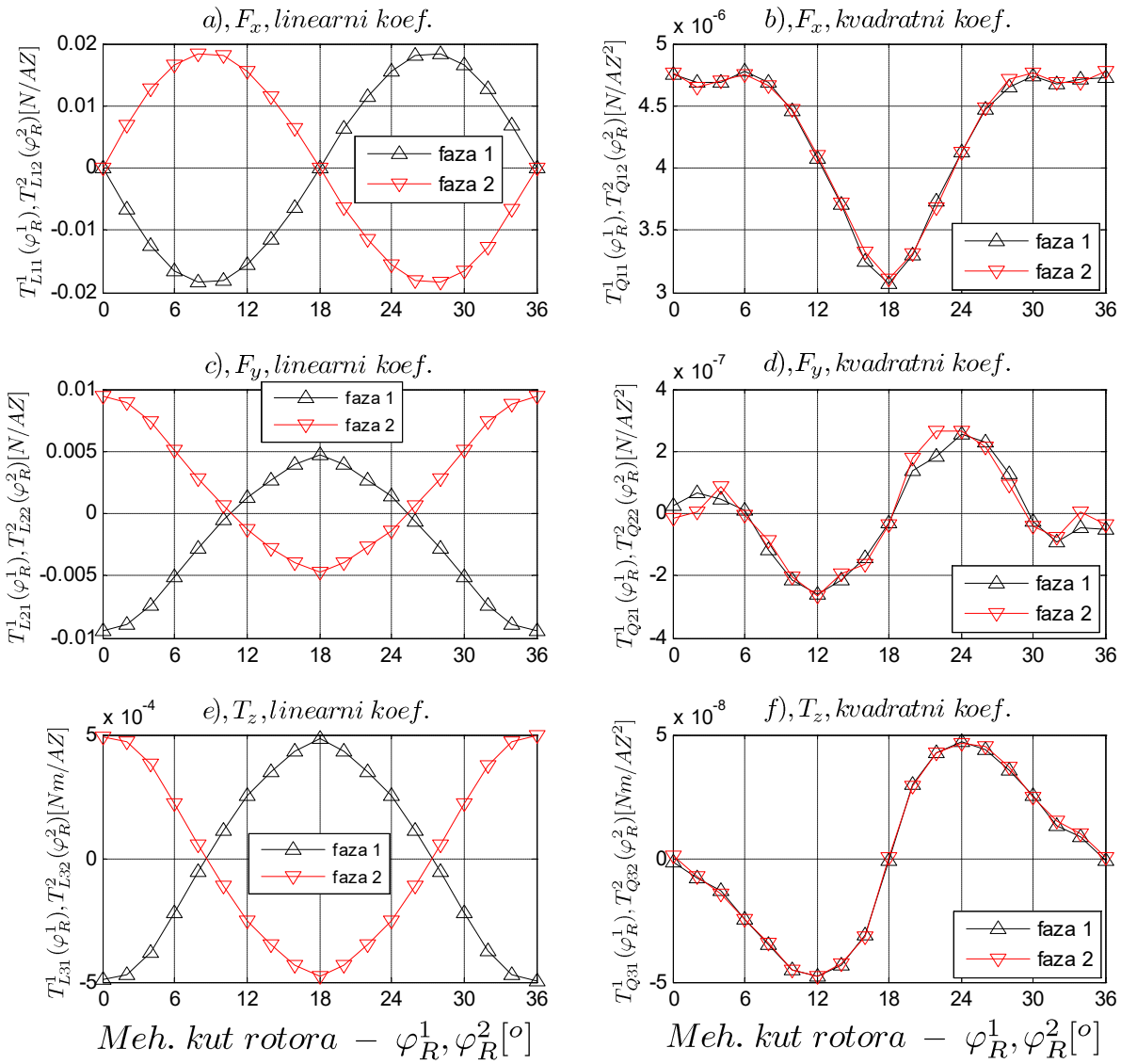
- Generirani moment (slike 4.2e, 4.2f, 4.3e i 4.3f) približno linearno ovisi o struji koja protječe kroz faze motora pri konstantnom kutu rotora. Odnosno, skraćeno se kaže da moment linearno ovisi o strujama. Slijedi zaključak da će u slučaju generiranog momenta kvadratni članovi (funkcijske ovisnosti $T_{Q31}^{1}\left(\varphi_{R}^{1}\right)$ i $T_{Q32}^{2}\left(\varphi_{R}^{2}\right)$ u izrazima (4.4) i (4.5)) biti jednaki nuli.
- Generirana radijalna sila u smjeru *y*- osi (slike 4.2c, 4.2d, 4.3c i 4.3d) uz konstantnu struju faze ima približno valni oblik sinusa s pomakom (istosmjernom komponentom). Naime, na slikama je vidljivo da minimumi i maksimumi krivulja konstantne struje nisu jednaki po apsolutnim iznosima. Pošto je valovitost sile (za 0AZ) jednaka nuli, već u ovoj fazi analize se može donijeti zaključak da će u slučaju sile u smjeru *y*- osi postojati kvadratna ovisnost sile o strujama. Odnosno, funkcijske ovisnosti $T_{Q21}^{1}\left(\varphi_{R}^{1}\right)$ i $T_{Q22}^{2}\left(\varphi_{R}^{2}\right)$ u izrazima (4.4) i (4.5) više neće biti jednake nuli, iz čega slijedi zaključak da sila u *y*- smjeru ovisi nelinearno o struji faze. Odnosno generirana sila u *y*- smjeru posjeduje linearnu komponentu (linearna komponenta je opisana članovima $T_{L21}^{1}\left(\varphi_{R}^{1}\right)$ i $T_{L22}^{2}\left(\varphi_{R}^{2}\right)$) i kvadratnu komponentu (kvadratna komponenta je opisana članovima $T_{Q21}^{1}\left(\varphi_{R}^{1}\right)$ i $T_{Q22}^{2}\left(\varphi_{R}^{2}\right)$). Ali, kako će u nastavku ovog rada biti pokazano, u slučaju sile u *y*- smjeru, te u slučaju da je struja faze unutar dozvoljenih (nazivnih) vrijednosti[13], doprinos kvadratne komponente u ukupnoj sili bitno je manji od doprinosa linearne komponente sile.
- Generirana radijalna sila u smjeru *x*- osi (slike 4.2a, 4.2b, 4.3a i 4.3b) uz konstantnu struju faze nema sinusni valni oblik. Na slikama je vidljivo da krivulje konstantne struje nemaju simetrični pozitivni i negativni poluval, a odstupanje od simetrije između pozitivnog i negativnog poluvala to je veće što je struja faze veća. Promotri li se primjerice slika 4.2a u u okolini kuta rotora od 9°, jasno je vidljivo da sila u x- smjeru ulazi u zasićenje, odnosno u okolini 9° krivulja koja se odnosi na struju od 1500AZ praktički se poklapa s krivuljom koja se odnosi na struju od 2000AZ. Nelinearna ovisnost sile u *x*- smjeru u ovisnosti o struji faze prisutna je po svim kutovima rotora, iako to možda nije odmah uočljivo kao primjerice

[13] Udio kvadratnog i linearnog doprinosa ukupnoj sili ovisan je o iznosu struje. Što je struja faze veća to je udio kvadratne komponente u ukupnoj sili veći.

u okolini 9° odnosno 27°. Slijedi zaključak da će udjel kvadratne komponente sile (članovi koji sadrže $T_{Q21}^{1}\left(\varphi_{R}^{1}\right)$ i $T_{Q22}^{2}\left(\varphi_{R}^{2}\right)$) u ukupnoj generiranoj sili u *x*- smjeru biti značajan.

Nepoznate funkcijske ovisnosti karakteristika prve i druge faze u izrazima (4.4) i (4.5), kao i pripadne komponente valovitosti, određeni su na temelju rezultata simulacija prikazanih na slikama 4.2 i 4.3 korištenjem metode najmanjih kvadrata (eng. *Least square method*). Izračunate funkcijske ovisnosti prikazane su na slikama 4.4 i 4.5, i mogu se donijeti sljedeći zaključci:

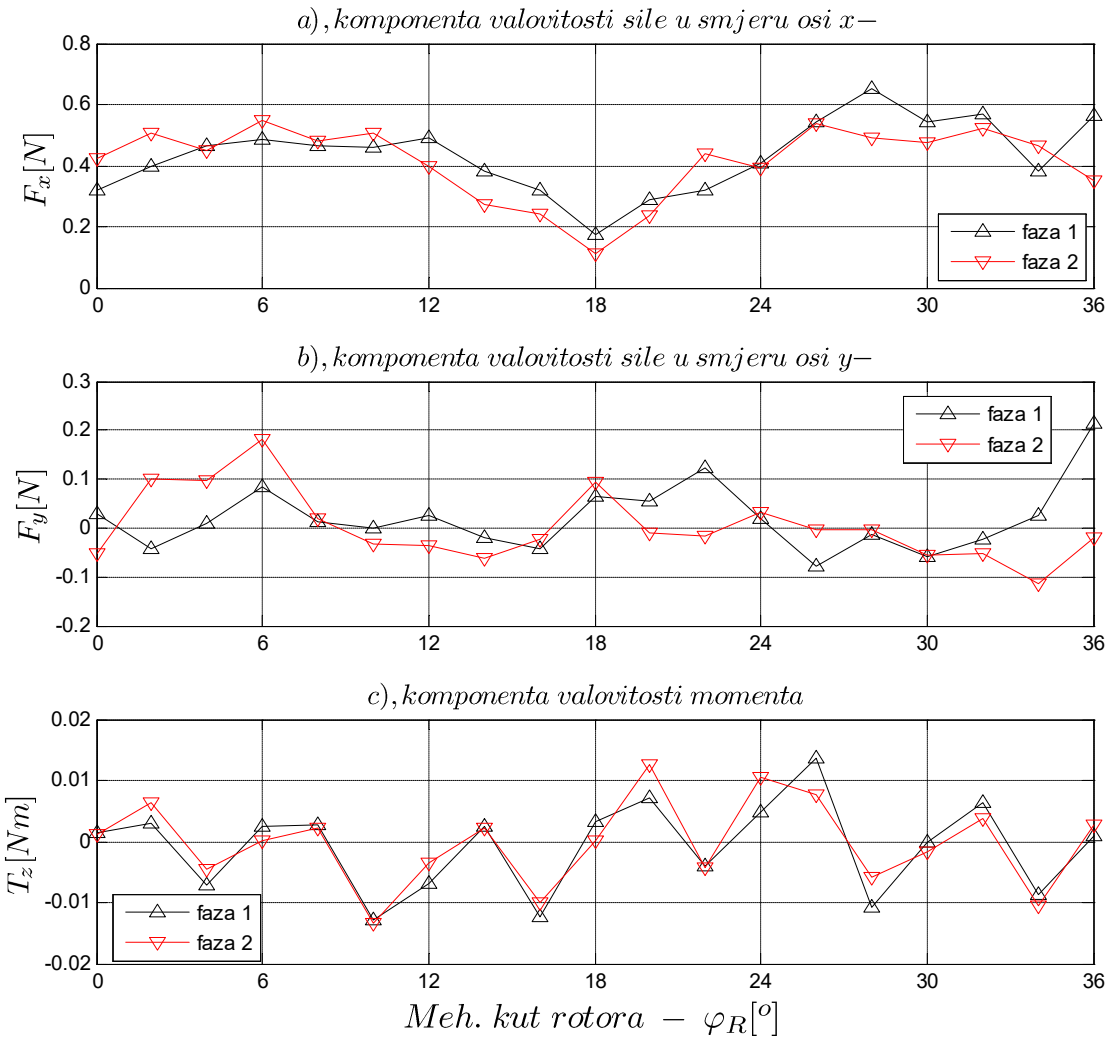
- Koeficijenti koji se odnose na linearne komponente sile i momenta (slike 4.4a 4.4c i 4.4e) imaju valni oblik sinusa u slučaju sile F_x i momenta T_z, dok u slučaju sile u y smjeru imaju oblik sinusa s pomakom (istosmjernom komponentom). Također se može primijetiti da postoji veza između koeficijenata prve i druge faze. Naime, promotre li se detaljnije slike 4.4a 4.4c i 4.4e jasno se može primijetiti da se koeficijenti druge faze mogu dobiti množenjem koeficijenata prve faze sa -1. Odnosno, koeficijenti prve i druge faze koji se odnose na linearnu komponentu sile i momenta međusobno su suprotni (suprotnog predznaka). Navedena veza između koeficijenata prve i druge faze posljedica je heteropolarnog magnetskog toka permanentnih magneta u zračnom rasporu. Naime, permanentni magnet druge faze polariziran je suprotno od permanentnog magneta druge zavojnice.
- Koeficijenti koji se odnose na kvadratne komponente sile i momenta (slike 4.4b 4.4d i 4.4f) značajan je samo u slučaju sile u smjeru osi x-. U slučaju sile u smjeru osi y- on postoji, ali je njegov doprinos ukupnoj sili u y smjeru znatno manji no što je to u slučaju sile u x-smjeru. Usporede li se slike 4.4b i 4.4d vidljivo je da su iznosi koeficijenata prikazanih na slici 4.4d približno 10 puta manji od iznosa koeficijenata prikazanih na slici 4.4b. U slučaju momenta kvadratna komponenta zanemarivo je mala zbog vrlo malih iznosa koeficijenata (slika 4.4f).
- Promotre li se slike 4.4b 4.4d i 4.4f može se zaključiti da su koeficijenti kvadratnih članova prve i druge faze približno jednaki. Odnosno, sa stanovišta generiranih reluktantnih sila i momenta nema razlike između prve i druge faze. Dobiveni rezultat je očekivan, jer generirane reluktantne sile i moment nisu ovisne o magnetskom polju permanentnih magneta, pa time ni o smjeru magnetskih polja permanentnih magneta. Odnosno, zamisli li se situacija BFSS 12/10 motora gdje su na mjestima permanentnih magneta zračni raspori, tada nema nikakve razlike između prve i druge faze motora.



Slika 4.4 Linearni i kvadratni koeficijenti ovisni o kutu rotora za slučaj prve i druge faze motora.

- Kao posljedica jednakosti kvadratnih koeficijenata, odnosno suprotnosti linearnih koeficijenata, slijedi zaključak da je karakteristiku druge faze moguće odrediti na temelju karakteristike prve faze.
- Na slici 4.5 prikazane su komponente valovitosti radijalnih sila i momenta, te je vidljivo da su komponente valovitosti zanemarivo male. Komponente valovitosti izračunavane su za slučaj prve i druge faze, kako bi se usporedio rezultat. Idealno, ove komponente trebale bi biti jednake za slučaj prve i druge faze motora. Sukladno navedenom, komponente valovitosti nisu ovisne o strujama (one su posljedica interakcije polja permanentnih

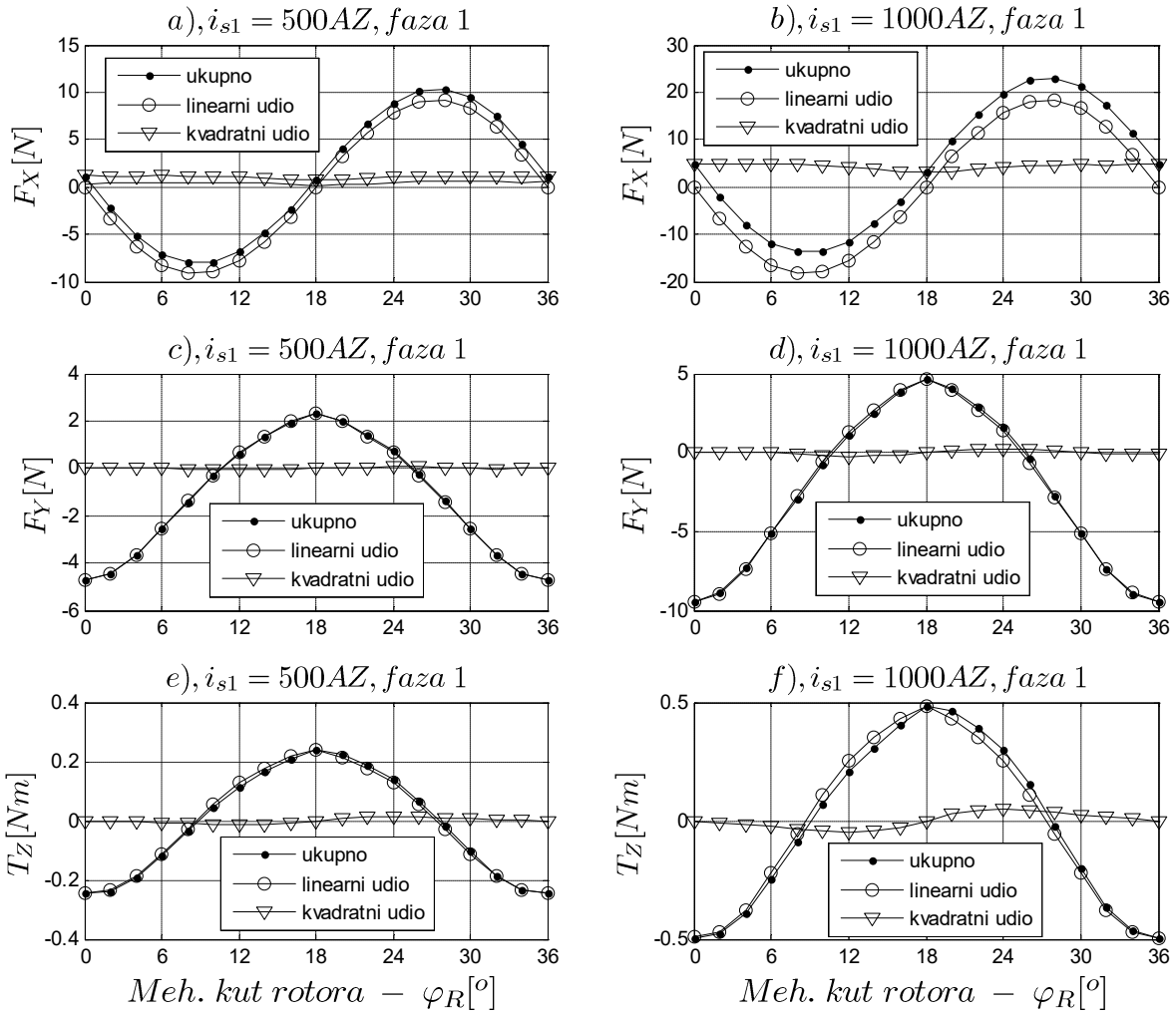
magneta i feromagnetskog materijala rotora), te jasno nema smisla govoriti o komponentama valovitosti prve i druge faze. Uzrok određenog odstupanja koje je dobiveno može biti posljedica greške numeričkog FEM rješavača, ali i kao posljedica netočnosti samog strujnog modela opisanog izrazom (4.1). Međutim, sami iznosi komponenti valovitosti, kao i dobivena odstupanja zanemarivo su mala, te stoga imaju zanemariv utjecaj na cjelokupni strujni model, te su stoga u daljnjim izračunima i razmatranjima zanemarena.



Slika 4.5 Valovitost sile i momenta za prvu i drugu fazu.

Na slici 4.6 prikazani su doprinosi linearnih (elektromagnetskih) i kvadratnih (reluktantnih) komponenti sila i momenta za slučaj da je samo prva faza protjecana strujom. Rezultati prikazani na slici 4.6 potvrdili su prethodne donesene zaključke, a to je da je reluktantna komponenta sile značajna samo u slučaju sile u x- smjeru. Iako se u slučaju sile u y- smjeru, za slučaj da je samo

jedna faza protjecana strujom, reluktantna komponenta sile može zanemariti, zanemarenje reluktantne komponente sile u y smjeru neće biti moguće u slučaju cjelokupnog strujnog modela. Naime, postojanje reluktantne komponente sile jedne faze u x-smjeru, preslikat će se i na y os statorskog koordinatnog sustava uslijed geometrijskog rasporeda faza, što će u konačnici rezultirati pojavom reluktantnih komponenti sila i u x i u y smjeru od pojedinih faza motora.



Slika 4.6. Doprinosi linearnih i kvadratnih komponenti u ukupnim generiranim silama i momentu struje jedne faze.

Utjecaj reluktantnih sila nije dominantan, kao što se može vidjeti na slikama 4.6a i 4.6b, ali je dovoljan da onemogući rad bezležajnog motora ako se koristi regulacijska struktura koja je temeljena na pretpostavci linearne ovisnosti sila o strujama. Naime, udio reluktantne komponente sile u ukupnoj sili je ovisan o struji, te je taj udio to veći što je struja statora veća. Međutim, velike struje statora su kod bezležajnog motora prisutne uvijek prilikom pokretanja motora, u fazi podizanja rotora (eng. *lift-off*) kada aktivno generirane radijalne sile moraju savladati

destabilizirajuće sile uzrokovane magnetskim poljem permanentnih magneta kako bi se rotor doveo u centralni položaj prije nego što nastupi proces zaleta motora. Stoga pojava velikih struja u fazi podizanja rotora dovodi do pojave reluktantnih sila značajnih iznosa, te u tom slučaju više nije moguće zanemariti njene doprinose u ukupnoj generiranoj sili.

4.2 Strujni model bezležajnog BFSS motora s kombiniranim sustavom namota

U prethodnom poglavlju dan je matematički opis (strujni model) koji opisuje generiranje aktivnih radijalnih sila i momenta za slučaj da je samo jedna faza motora protjecana strujom. U ovom poglavlju biti će dan cjelokupni strujni model BFSS 12/10 motora, za slučaj kada su sve faze motora protjecane strujom, i to u slučaju da se koristi kombinirani sustav namota u kojem se jedna faza motora sastoji od jedne zavojnice motora. Određivanje strujnog modela bezležajnog motora predstavlja prvi korak prilikom izrade regulacijske strukture za bezležajni motor. Naime, kako bi se mogla izraditi regulacijska struktura bezležajnog motora, funkcijske ovisnosti koje opisuju ovisnost generiranih radijalnih sila i momenta o strujama i kutu rotora moraju biti poznate.

Kako je prethodno napomenuto, određivanje cjelokupnog strujnog modela BFSS 12/10 motora moguće je napraviti na temelju poznate karakteristike prve i druge faze motora[14] i kreće se od općeg strujnog modela bezležajnog motora koji je prethodno dan izrazom (4.1), te je ovdje ponovo dan radi preglednosti i on glasi

$$\boldsymbol{F}(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}}^{\boldsymbol{T}} & \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{O}_{1\times m}\\ \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}}^{\boldsymbol{T}} & \boldsymbol{O}_{1\times m}\\ \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{O}_{1\times m} & \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}}^{\boldsymbol{T}}\end{bmatrix}\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{Q_M}}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}\right)\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}}+\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{L}}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}\right)\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}}+\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{C}}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}\right). \tag{4.6}$$

Budući da magnetski krug zavojnice permanentne magnete vidi kao zračne raspore, permanentni magneti koji su kod BFSS 12/10 motora umetnuti u statorske zube ograničavaju magnetsko polje zavojnice na okolinu statorskog zuba [12]. Iz navedenog razloga se u slučaju BFSS 12/10 motora mađiunduktiviteti zavojnica mogu zanemariti, pa se posljedično u slučaju BFSS 12/10 motora može pojednostaviti i opći strujni model, te on poprima sljedeći oblik:

[14] Alternativno cjelokupni se model bezležajnog motora može odrediti na temelju karakteristike samo jedne faze, pošto, kako je objašnjeno, karakteristiku parne (druge) faze moguće je odrediti iz karakteristike neparne (prve) faze.

$$\boldsymbol{F}(\varphi_R,\boldsymbol{i_s})=\begin{bmatrix}F_x\\F_y\\T_z\end{bmatrix}=\boldsymbol{T_Q}\left(\varphi_R\right)\left(\boldsymbol{i_s}\circ\boldsymbol{i_s}\right)+\boldsymbol{T_L}\left(\varphi_R\right)\boldsymbol{i_s}+\boldsymbol{T_C}\left(\varphi_R\right), \tag{4.7}$$

gdje je ◦ Hadamard produkt, odnosno vrijedi

$$\boldsymbol{i_s}\circ\boldsymbol{i_s}=\begin{bmatrix}\left(i_{s1}\right)^2 & \left(i_{s2}\right)^2 & \cdots & \left(i_{sm}\right)^2\end{bmatrix}^{\boldsymbol{T}} \tag{4.8}$$

Matrica $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ ima oblik

$$\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)=\begin{bmatrix}T_{Q11}\left(\varphi_R\right) & T_{Q12}\left(\varphi_R\right) & \ldots & T_{Q1m}\left(\varphi_R\right)\\T_{Q21}\left(\varphi_R\right) & T_{Q22}\left(\varphi_R\right) & \ldots & T_{Q2m}\left(\varphi_R\right)\\T_{Q31}\left(\varphi_R\right) & T_{Q32}\left(\varphi_R\right) & \ldots & T_{Q3m}\left(\varphi_R\right)\end{bmatrix} \tag{4.9}$$

dok matrica $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ ima strukturu

$$\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)=\begin{bmatrix}T_{L11}\left(\varphi_R\right) & T_{L12}\left(\varphi_R\right) & \ldots & T_{L1m}\left(\varphi_R\right)\\T_{L21}\left(\varphi_R\right) & T_{L22}\left(\varphi_R\right) & \ldots & T_{L2m}\left(\varphi_R\right)\\T_{L31}\left(\varphi_R\right) & T_{L32}\left(\varphi_R\right) & \ldots & T_{L3m}\left(\varphi_R\right)\end{bmatrix} \tag{4.10}$$

Vektor stupac $\boldsymbol{T_C}(\varphi_R)$, kako je objašnjeno u prethodnom poglavlju, može se zanemariti, te se stoga opći strujni model BFSS 12/10 motora može zapisati u sljedećem obliku

$$\boldsymbol{F}(\varphi_R,\boldsymbol{i_s})=\begin{bmatrix}F_x\\F_y\\T_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}T_{Q11}\left(\varphi_R\right)\left(i_{s1}\right)^2+T_{Q12}\left(\varphi_R\right)\left(i_{s2}\right)^2+\cdots+T_{Q1m}\left(\varphi_R\right)\left(i_{sm}\right)^2+T_{L11}\left(\varphi_R\right)i_{s1}+T_{L12}\left(\varphi_R\right)i_{s2}+\cdots+T_{L1m}\left(\varphi_R\right)i_{sm}\\T_{Q21}\left(\varphi_R\right)\left(i_{s1}\right)^2+T_{Q22}\left(\varphi_R\right)\left(i_{s2}\right)^2+\cdots+T_{Q2m}\left(\varphi_R\right)\left(i_{sm}\right)^2+T_{L21}\left(\varphi_R\right)i_{s1}+T_{L22}\left(\varphi_R\right)i_{s2}+\cdots+T_{L2m}\left(\varphi_R\right)i_{sm}\\T_{Q31}\left(\varphi_R\right)\left(i_{s1}\right)^2+T_{Q32}\left(\varphi_R\right)\left(i_{s2}\right)^2+\cdots+T_{Q3m}\left(\varphi_R\right)\left(i_{sm}\right)^2+T_{L31}\left(\varphi_R\right)i_{s1}+T_{L32}\left(\varphi_R\right)i_{s2}+\cdots+T_{L3m}\left(\varphi_R\right)i_{sm}\end{bmatrix} \tag{4.11}$$

pri čemu BFSS 12/10 motor ima 12 faza (m=12). Određivanje strujnog modela bezležajnog motora svodi se na određivanje nepoznatih elemenata (funkcijskih ovisnosti) u matricama $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$. Nadalje, iz izraza može se zaključiti da svakoj fazi motora pripada jedan stupac u matrici $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i jedan stupac u matrici $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$. Odnosno, doprinos *n*-te faze ukupnim generiranim silama i momentu opisan je funkcijskim ovisnostima danim u *n*-tom stupcu matrice $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i funkcijskim ovisnostima danim u *n*-tom stupcu matrice $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$.

U izrazu (4.11) može se primijetiti da svaki član (pribrojnik) sadrži samo jednu struju, što posljedično omogućuje da se ukupni strujni model odredi upotrebom superpozicije. Odnosno, iz izraza (4.11) slijedi da vrijedi

$$\boldsymbol{F}(\varphi_R,i_{s1},i_{s2},\cdots,i_{sm})=\boldsymbol{F}(\varphi_R,i_{s1},0,\cdots,0)+\boldsymbol{F}(\varphi_R,0,i_{s2},\cdots,0)+\cdots+\boldsymbol{F}(\varphi_R,0,\cdots 0,i_{sm}). \tag{4.12}$$

Mogućnost upotrebe načela superpozicije opisanog izrazom (4.12) posljedica je nepostojanja interakcije između faza motora (zanemarivi međuinduktiviteti), te se ukupni strujni model može dobiti na način da se zbroje sile i da se zbroje momenti pojedinih faza. Slijedi zaključak da je za određivanje ukupnog strujnog modela BFSS 12/10 motora potrebno poznavati karakteristike (generirane sile i moment kao funkcije struje i kuta rotora) svih faza motora. Međutim, uslijed prisutne simetrije statora i statorskog namota, sve parne zavojnice i sve neparne zavojnice ponašaju se jednako (imaju jednake karakteristike) ako se njihovo ponašanje promatra u njihovim relativnim koordinatnim sustavima. Naime, ako bi se stator podijelio na segmente na način da svaki segment statora sačinjava jednu fazu motora, tada ne postoji nikakva razlika između segmenata koji se odnose na parne faze. Analogno, svi segmenti koji se odnose na neparne zavojnice su jednaki. Zapišu li se navedene jednakosti o ponašanju pojedinih faza matematički, dobije se da za sve neparne faze vrijedi:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}1}\left(\varphi_R^1\right) &= \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}3}\left(\varphi_R^3\right) = \cdots = \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{m}-1)}\left(\varphi_R^{\boldsymbol{m}-1}\right), \\ \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}1}\left(\varphi_R^1\right) &= \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}3}\left(\varphi_R^3\right) = \cdots = \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}(\boldsymbol{m}-1)}\left(\varphi_R^{\boldsymbol{m}-1}\right), \end{aligned} \tag{4.13}$$

dok za sve parne zavojnice vrijedi:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}2}^2\left(\varphi_R^2\right) &= \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}4}^2\left(\varphi_R^4\right) = \cdots = \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}\boldsymbol{m}}^2\left(\varphi_R^{\boldsymbol{m}}\right), \\ \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}2}^2\left(\varphi_R^2\right) &= \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}4}^2\left(\varphi_R^4\right) = \cdots = \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}\boldsymbol{m}}^2\left(\varphi_R^{\boldsymbol{m}}\right). \end{aligned} \tag{4.14}$$

Kako bi se mogla napraviti superpozicija (zbrajanje) sila i momenata, potrebno je sile i momente svih faza transformirati u zajednički statorski koordinatni sustav. Promatraju li se doprinosi pojedinih faza u zajedničkom statorskom koordinatnom sustavu, tada će do razlike u karakteristikama pojedinih faza (stupcima matrica $\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{Q}}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{L}}(\varphi_R)$) doći uslijed različitog geometrijskog razmještaja faza i različitog relativnog položaja statorskog i rotorskog zuba.

Karakteristika jedne faze (i za slučaj prve i za slučaj druge faze) određena je u relativnom koordinatnom sustavu faze. Ono što je važno za primijetiti je da varijabla kuta rotora *n*-te ($\varphi_{\boldsymbol{R}}^{\boldsymbol{n}}$) faze u njenom relativnom koordinatnom sustavu predstavlja kut između osi sredine statorskog zuba *n*-te faze i osi koja prolazi kroz sredinu rotorskog zuba koji je najbliži promatranom (n-tom) statorskom zubu gledano u pozitivnom smjeru rotacije u matematičkom smislu (pogledati sliku 4.1 za slučaj prve i druge faze). Drugim riječima, promatraju li se sile i moment neke faze, tada je važan relativni položaj (kut) između promatrane zavojnice i pripadnog rotorskog zuba.

Usporede li se slike 4.1a i 4.1b vidljivo je da za isti mehanički kut rotora φ_R varijable φ_R^1 i φ_R^2 nisu jednake, što je posljedica različitosti broja zubi rotora i statora. Kako bi se mogla napraviti transformacija svih sila i momenata u zajednički koordinatni sustav statora, potrebno je pronaći vezu između mehaničkog kuta rotora φ_R i relativnog položaja (kuta) statorskog i rotorskog zuba što je opisano varijablom φ_R^n za slučaj n-te zavojnice.

Promotre li se slike 4.1a i 4.1b, te pošto se zajednički statorski koordinatni sustav poklapa s relativnim koordinatnim sustavom prve faze ($\varphi_R^1 = \varphi_R$), može se zaključiti da za drugu fazu vrijedi

$$\varphi_R^2 = \varphi_R + 2\pi\left(\frac{1}{N} - \frac{1}{m}\right)\cdot 1 = \varphi_R + 2\pi\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12}\right) = \varphi_R + \frac{\pi}{30}, \tag{4.15}$$

Analogno, može se zaključiti da za n-tu zavojnicu vrijedi

$$\varphi_R^n = \varphi_R + 2\pi\left(\frac{1}{N} - \frac{1}{m}\right)\cdot(n-1) = \varphi_R + \theta_n \tag{4.16}$$

gdje je u izrazima (4.15) i (4.16) N broj zubi rotora i u slučaju BFSS 12/10 on iznosi 10.

Sila k-te neparne faze u njenom relativnom koordinatnom sustavu izražena preko kuta rotora gledano u statorskom koordinatnom sustavu glasi

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} F_x^k \\ F_y^k \\ T_z^k \end{bmatrix} &= \boldsymbol{t}_{Q1}^1\left(\varphi_R^k\right)\left(i_{sk}\right)^2 + \boldsymbol{t}_{L2}^1\left(\varphi_R^k\right) i_{sk} = \begin{bmatrix} T_{Q11}^I\left(\varphi_R^k\right) \\ T_{Q21}^1\left(\varphi_R^k\right) \\ T_{Q31}^I\left(\varphi_R^k\right) \end{bmatrix}\left(i_{sk}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}^1\left(\varphi_R^k\right) \\ T_{L21}^I\left(\varphi_R^k\right) \\ T_{L31}^1\left(\varphi_R^k\right) \end{bmatrix} i_{sk} = \begin{bmatrix} T_{Q11}^I\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{Q21}^1\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{Q31}^I\left(\varphi_R + \theta_k\right) \end{bmatrix}\left(i_{sk}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}^1\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{L21}^I\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{L31}^1\left(\varphi_R + \theta_k\right) \end{bmatrix} i_{sk} \\ &= \begin{bmatrix} T_{Q11}\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{Q21}\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{Q31}\left(\varphi_R + \theta_k\right) \end{bmatrix}\left(i_{sk}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{L21}\left(\varphi_R + \theta_k\right) \\ T_{L31}\left(\varphi_R + \theta_k\right) \end{bmatrix} i_{sk}\end{aligned} \tag{4.17}$$

Dobivene sile i moment opisane izrazom (4.17) potrebno je prebaciti u zajednički statorski koordinatni sustav upotrebom rotacijske matrice. Slijedi da su sile i moment *k*-te faze u statorskom koordinatnom sustavu:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_k) & -\sin(\alpha_k) & 0 \\ \sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_x^k \\ F_y^k \\ T_z^k \end{bmatrix} = R\left(\alpha_k\right)\begin{bmatrix} F_x^k \\ F_y^k \\ T_z^k \end{bmatrix}, \tag{4.18}$$

gdje je rotacijska matrica definirana na sljedeći način:

$$R(\alpha_k)=\begin{bmatrix}\cos(\alpha_k) & -\sin(\alpha_k) & 0\\ \sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{4.19}$$

Uvrsti li se izraz (4.17) u izraz (4.18) dobije se

$$\begin{bmatrix}F_x\\F_y\\T_z\end{bmatrix}=R(\alpha_k)\begin{bmatrix}F_x^k\\F_y^k\\T_z^k\end{bmatrix}=R(\alpha_k)\begin{bmatrix}\mathrm{T_{Q11}}(\varphi_R+\theta_k)\\ \mathrm{T_{Q21}}(\varphi_R+\theta_k)\\ \mathrm{T_{Q31}}(\varphi_R+\theta_k)\end{bmatrix}(\mathrm{i}_{sk})^2+R(\alpha_k)\begin{bmatrix}\mathrm{T_{L11}}(\varphi_R+\theta_k)\\ \mathrm{T_{L21}}(\varphi_R+\theta_k)\\ \mathrm{T_{L31}}(\varphi_R+\theta_k)\end{bmatrix}\mathrm{i}_{sk} \tag{4.20}$$

gdje je α_k kut k-te zavojnice, te vrijedi

$$\alpha_k=\frac{2\pi}{m}(k-1)=\frac{2\pi}{12}(k-1) \tag{4.21}$$

dok je k indeks neparne faze te stoga vrijedi

$$k\in\{1,3,...,11\} \tag{4.22}$$

Iz izraza (4.20) slijedi da su k-ti stupci matrica $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)\,\mathrm{i}\,\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ izraženi preko prvih stupaca matrica $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$

$$\begin{bmatrix}T_{Q1k}(\varphi_R)\\T_{Q2k}(\varphi_R)\\T_{Q3k}(\varphi_R)\end{bmatrix}=\boldsymbol{R}(\alpha_k)\begin{bmatrix}T_{Q11}(\varphi_R+\theta_k)\\T_{Q21}(\varphi_R+\theta_k)\\T_{Q31}(\varphi_R+\theta_k)\end{bmatrix},\quad\begin{bmatrix}T_{L1k}(\varphi_R)\\T_{L2k}(\varphi_R)\\T_{L3k}(\varphi_R)\end{bmatrix}=\boldsymbol{R}(\alpha_k)\begin{bmatrix}T_{L11}(\varphi_R+\theta_k)\\T_{L21}(\varphi_R+\theta_k)\\T_{L31}(\varphi_R+\theta_k)\end{bmatrix} \tag{4.23}$$

Nakon što su karakteristike svih neparnih faza izražene preko karakteristike prve faze, potrebno je sve parne zavojnice izraziti preko karakteristike druge faze. Sila i moment koje generira *l*-ta parna faza motora gledano u relativnom koordinatnom sustavu *l*-te faze glasi

$$\begin{bmatrix}F_x^l\\F_y^l\\T_z^l\end{bmatrix}=\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{Q}2}^2(\varphi_R^l)(i_{sl})^2+\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{L}2}^2(\varphi_R^l)i_{sl}=\begin{bmatrix}T_{Q12}^2(\varphi_R^l)\\T_{Q22}^2(\varphi_R^l)\\T_{Q32}^2(\varphi_R^l)\end{bmatrix}(i_{sl})^2+\begin{bmatrix}T_{L12}^2(\varphi_R^l)\\T_{L22}^2(\varphi_R^l)\\T_{L32}^2(\varphi_R^l)\end{bmatrix}i_{sl} \tag{4.24}$$

gdje je *l* indeks parne faze, odnosno vrijedi

$$l\in\{2,4,...,12\}. \tag{4.25}$$

U izrazu (4.24) koeficijenti ovisni o kutu rotora izraženi su u relativnom koordinatnom sustavu druge faze. Odnosno, karakteristika jedne faze druge zavojnice izražena je preko koeficijenata koji se odnose na relativni koordinatni sustav druge faze (zavojnice). Međutim, karakteristiku druge faze potrebno je izraziti u statorskom koordinatnom sustavu, odnosno preko koeficijenata koji se

odnose na statorski koordinatni sustav, dakle preko drugog stupca matrice $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i preko drugog stupca matrice $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$. Generirane radijalne sile i moment druge faze izraženo preko koeficijenata koji se odnose na statorski koordinatni sustav glase

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{s2}\right)^2 + \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s2}, \tag{4.26}$$

dok su sile i moment druge faze izraženo preko koeficijenata koji se odnose na relativni koordinatni sustav druge faze

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{bmatrix} = R\left(\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{s2}\right)^2 + R\left(\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{L12}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L22}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L32}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s2} \tag{4.27}$$

Izjednačavanjem sila u (4.26) i (4.27) izrazima dobije se

$$R\left(\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{s2}\right)^2 + R\left(\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{L12}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L22}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L32}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s2} = \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{s2}\right)^2 + \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s2} \tag{4.28}$$

te iz izraza (4.28) slijedi da vrijedi

$$R\left(\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix}, \quad R\left(\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{L12}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L22}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L32}}\left(\varphi^2_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

Invertiraju li se jednakosti u izrazu (4.29), te iskoristi veza između kutova, dobije se

$$\begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}+\theta_2\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}+\theta_2\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}+\theta_2\right) \end{bmatrix} = R\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathrm{T}^2_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}+\theta_2\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}+\theta_2\right) \\ \mathrm{T}^2_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}+\theta_2\right) \end{bmatrix} = R\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_{\mathrm{R}}\right) \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

Uvrsti li se dobiveni izraz (4.30) u izraz (4.24) dobije se sila *l*-te parne faze u *l*-tom koordinatnom sustavu izražena preko koeficijenata druge faze izraženih u statorskom koordinatnom sustavu:

$$\begin{bmatrix} F_x^l \\ F_y^l \\ T_z^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{Q12}^2\left(\varphi_R^l\right) \\ T_{Q22}^2\left(\varphi_R^l\right) \\ T_{Q32}^2\left(\varphi_R^l\right) \end{bmatrix} \left(i_{sl}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L12}^2\left(\varphi_R^l\right) \\ T_{L22}^2\left(\varphi_R^l\right) \\ T_{L32}^2\left(\varphi_R^l\right) \end{bmatrix} i_{sl} = \begin{bmatrix} T_{Q12}^2\left(\varphi_R^{l-1}+\theta_2\right) \\ T_{Q22}^2\left(\varphi_R^{l-1}+\theta_2\right) \\ T_{Q32}^2\left(\varphi_R^{l-1}+\theta_2\right) \end{bmatrix} \left(i_{sl}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L12}^2\left(\varphi_R^{l-1}+\theta_2\right) \\ T_{L22}^2\left(\varphi_R^{l-1}+\theta_2\right) \\ T_{L32}^2\left(\varphi_R^{l-1}+\theta_2\right) \end{bmatrix} i_{sl}$$
$$= \boldsymbol{R}\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} T_{Q12}\left(\varphi_R^{l-1}\right) \\ T_{Q22}\left(\varphi_R^{l-1}\right) \\ T_{Q32}\left(\varphi_R^{l-1}\right) \end{bmatrix} \left(i_{sl}\right)^2 + \boldsymbol{R}\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} T_{L12}\left(\varphi_R^{l-1}\right) \\ T_{L22}\left(\varphi_R^{l-1}\right) \\ T_{L32}\left(\varphi_R^{l-1}\right) \end{bmatrix} i_{sl} = \boldsymbol{R}\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} T_{Q12}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}+\theta_l-\theta_2\right) \\ T_{Q22}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}+\theta_l-\theta_2\right) \\ T_{Q32}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix} \left(i_{sl}\right)^2 + \boldsymbol{R}\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} T_{L12}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}+\theta_l-\theta_2\right) \\ T_{L22}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}+\theta_l-\theta_2\right) \\ T_{L32}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix} i_{sl} \tag{4.31}$$

U zadnjem je koraku potrebno prebaciti sile *l*-te parne faze u statorski koordinatni sustav, čime se dobije

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{bmatrix} = R\left(\alpha_l\right) \begin{bmatrix} F_x^l \\ F_y^l \\ T_z^l \end{bmatrix}$$
$$= R\left(\alpha_l\right) R\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{sl}\right)^2 + R\left(\alpha_l\right) R\left(-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{sl} \tag{4.32}$$
$$= R\left(\alpha_l-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{sl}\right)^2 + R\left(\alpha_l-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{sl}$$

Iz izraza (4.32) slijedi da su *l*-ti stupci matrica $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ izraženi preko drugog stupca matrica $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$

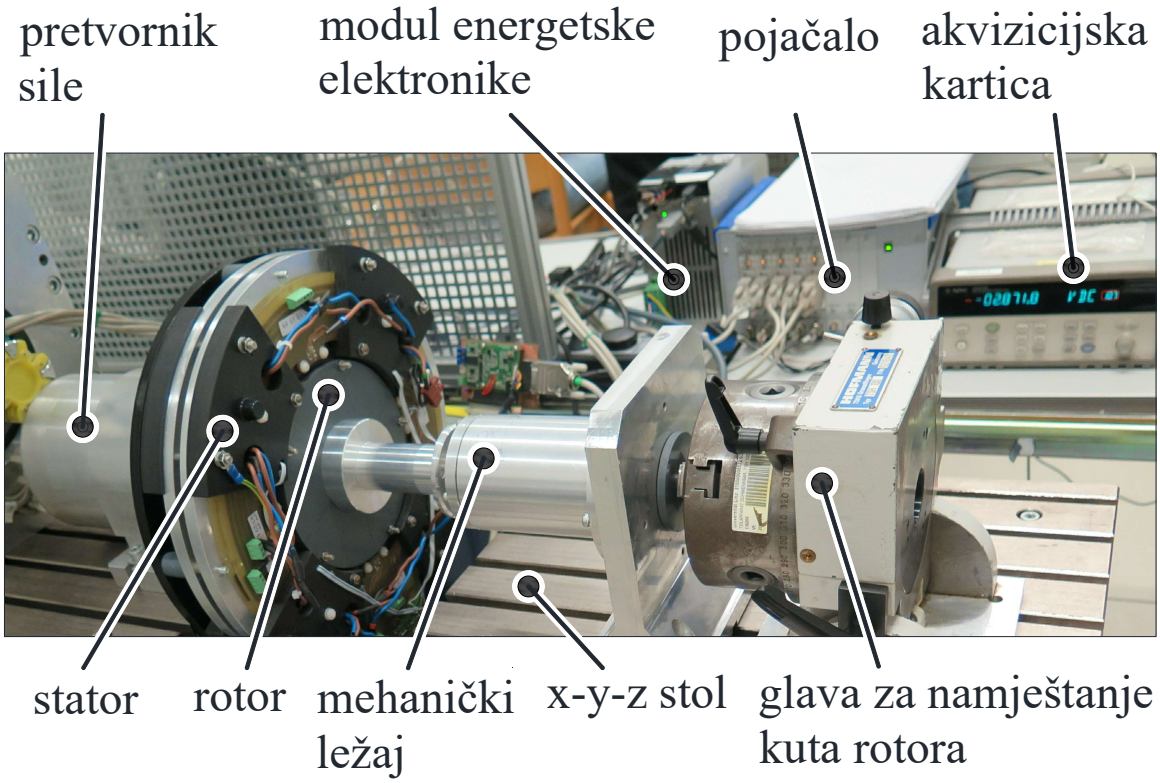
$$\begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q1}l}\left(\varphi_R\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q2}l}\left(\varphi_R\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q3}l}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} = R\left(\alpha_l-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{Q12}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q22}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{Q32}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L1}l}\left(\varphi_R\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L2}l}\left(\varphi_R\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L3}l}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} = R\left(\alpha_l-\alpha_2\right) \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{\mathrm{L12}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L22}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \\ \mathrm{T}_{\mathrm{L32}}\left(\varphi_R+\theta_l-\theta_2\right) \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

Izrazima (4.23) i (4.33) mogu se odrediti svi nepoznati stupci u matricama $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ na temelju prva dva stupca (karakteristika prve dvije faze) matrica $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ čime je onda određen cjelokupni strujni model BFSS 12/10 motora.

4.3 Eksperimentalna provjera strujnog modela BFSS motora s kombiniranim sustavom namota

U svrhu eksperimentalne provjere točnosti izrađenog strujnog modela, bezležajni BFSS 12/10 motor učvršćen je na ispitni pult koji je napravljen za ovu namjenu. Fotografija eksperimentalnog postava s montiranim BFSS 12/10 motorom na ispitnom pultu prikazana je na slici 4.7. Mjerni pretvornik sile omogućuje mjerenje sile u sve tri osi (x, y i z) te je učvršćen na nepomični dio

konstrukcije pulta. Stator motora mehanički je pričvršćen na mjerni pretvornik sile (eng. *force transducer*, *load cell*) čime je omogućeno da se mjere sile kojim rotor djeluje na stator, a time i sile kojima stator djeluje na rotor[15]. Mjerno pojačalo služi za prilagodbu signala mjernog pretvornika sile, te ujedno i napaja isti taj mjerni pretvornik sile.



Slika 4.7. Fotografija eksperimentalnog postava za mjerenje sila na rotor u svrhu provjere točnosti strujnog modela BFSS 12/10 motora.

Rotor je pričvršćen na mehanički ležaj koji je učvršćen na pomični dio stola (x-y-z stol). Pomični dio stola može se pomicati u sve tri osi (x, y i z) čime je omogućeno da se rotor precizno pozicionira unutar statora. Prilikom mjerenja u svrhu provjere strujnog modela rotor je ovješen mehaničkim ležajem (nije u stanju magnetske levitacije). Na drugi kraj mehaničkog ležaja spojena je glava za ručno mijenjanje (namještanje) kuta rotora prilikom mjerenja. Prilikom eksperimentalnih mjerenja, pojedine faze motora mogu se napajati iz modula energetske elektronike ili se može koristiti laboratorijsko napajanje u slučaju kada se radi mjerenje pri konstantnim strujama. Akvizicijska

[15] Ako je poznata sila kojom rotor djeluje na stator, tada se sila kojom stator djeluje na rotor dobije upotrebom trećeg Newtonovog zakona.

kartica obavlja analogno digitalnu pretvorbu signala te izmjerene podatke kondicionira i šalje u osobno računalu na kojem se mjerni podatci mogu dalje obrađivati i pohranjivati.

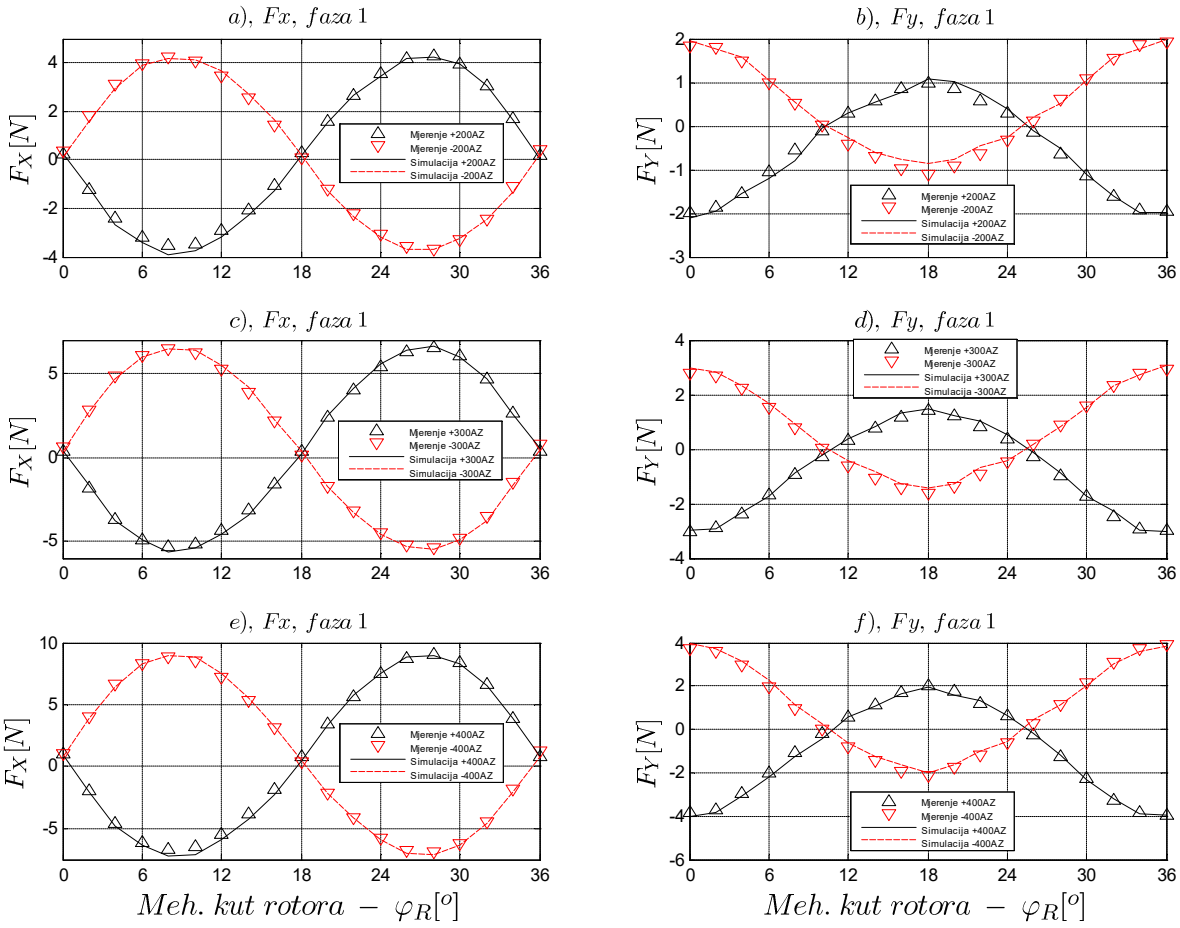
Modul energetske elektronike opremljen je s dva standardna trofazna izmjenjivača s utisnutim naponom, čime je omogućeno napajanje motora sa 6 faza ako je on spojen u konfiguraciji dvostrukog zvijezda spoja. Modul energetske elektronike upravljan je s digitalnim signalnim procesorom TMS320F2811, te će u njega biti implementiran sustav upravljanja (novorazvijena nelinearna regulacijska struktura) bezležajnog BFSS 12/10 motora s kombiniranim sustavom namota. Modul energetske elektronike sadrži i sve potrebne elektroničke sklopove koji služe za prihvat i prilagodbu signala sa senzora motora (senzori za mjerenje kuta i radijalnog položaja rotora).

Nakon montaže motora na ispitni pult, rotor se najprije centrira, a potom se upotrebom fluxmetra i laboratorijskog napajanja provjeravaju (utvrđuju) smjerovi magnetizacije permanentnih magneta te smjerovi motanja zavojnica. Prije početka mjerenja potrebno je dodatno provjeriti dolazi li eventualno do malih pomaka rotora u radijalnim smjerovima prilikom njegove rotacije oko aksijalne osi (provjera ekscentra rotora). Odnosno, rotor se mora nalaziti što je moguće točnije u centralnom položaju neovisno o kutu rotora. Potrebno je naglasiti da i vrlo mali pomaci rotora od magnetskog centra u radijalnim smjerovima dovode do pojave destabilizirajućih pasivnih sila uzrokovanih magnetskim poljem permanentnih magneta što može uzrokovati značajne greške u mjerenim rezultatima. Pri tom ekscentar rotora može biti posljedica nesavršene montaže i potrebno ga je svesti na najmanju moguću mjeru u svrhu što točnijeg mjerenja.

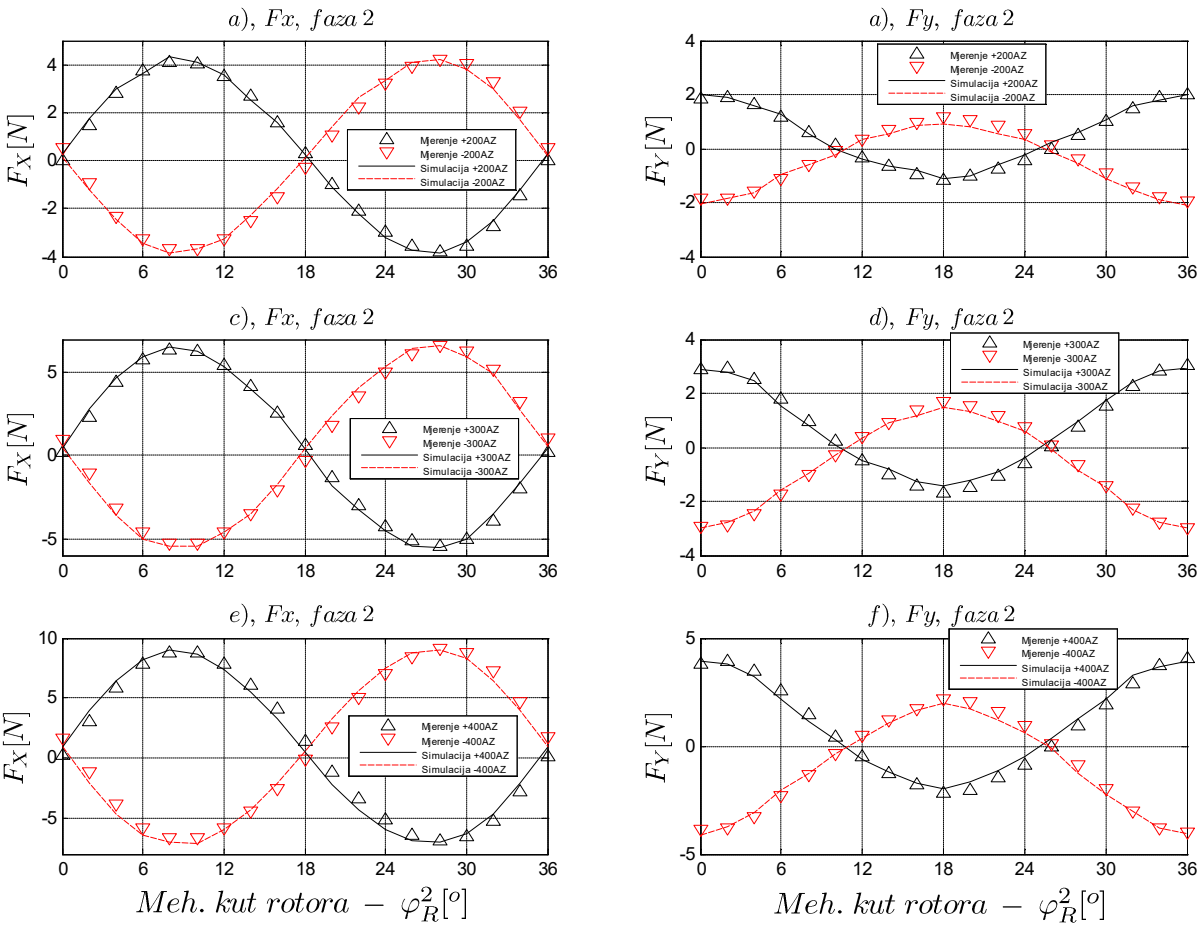
Samo mjerenje u svrhu provjere strujnog modela obavlja se u statičkim stanjima (po principu "točka po točka"), analogno kao što su određivane karakteristike jedne faze korištenjem FEM simulacija. Obavljeno je više nizova mjerenja, pri čemu jedan niz mjerenja predstavlja mjerenje u kojem se mijenja kut rotora za jedan puni električki okret, dok se struja pojedine faze (faza) drži konstantnom. Prilikom mjerenja kut rotora mijenjan je ručno korištenjem glave za ručno namještanje rotora u koracima od 2 mehanička stupnja, što odgovara koraku od 20 električkih stupnjeva, čime je sila izmjerena u ukupno 19 točaka za jedan niz mjerenja (jedan puni električki okret).

Na slikama 4.8 i 4.9 prikazani su rezultati mjerenja radijalnih sila u svrhu provjere točnosti FEM simulacija karakteristike jedne faze. Slika 4.8 prikazuje usporedbu mjerenja i FEM simulacija za slučaj da je samo prva faza protjecana strujom, dok slika 4.9 prikazuje usporedbu mjerenja i FEM

simulacija kada je samo druga faza protjecana strujom. Kut rotora na slici 4.8 odnosi se na statorski koordinatni sustav, dok se kut rotora na slici 4.9 odnosi na relativni koordinatni sustav druge faze. Sa slika 4.8 i 4.9 je vidljivo relativno dobro poklapanje rezultata FEM simulacija i mjerenja. Treba naglasiti da je potrebno što je moguće točnije odrediti karakteristiku prve i druge faze pošto je cijeli strujni model BFSS 12/10 motora izveden iz njih.

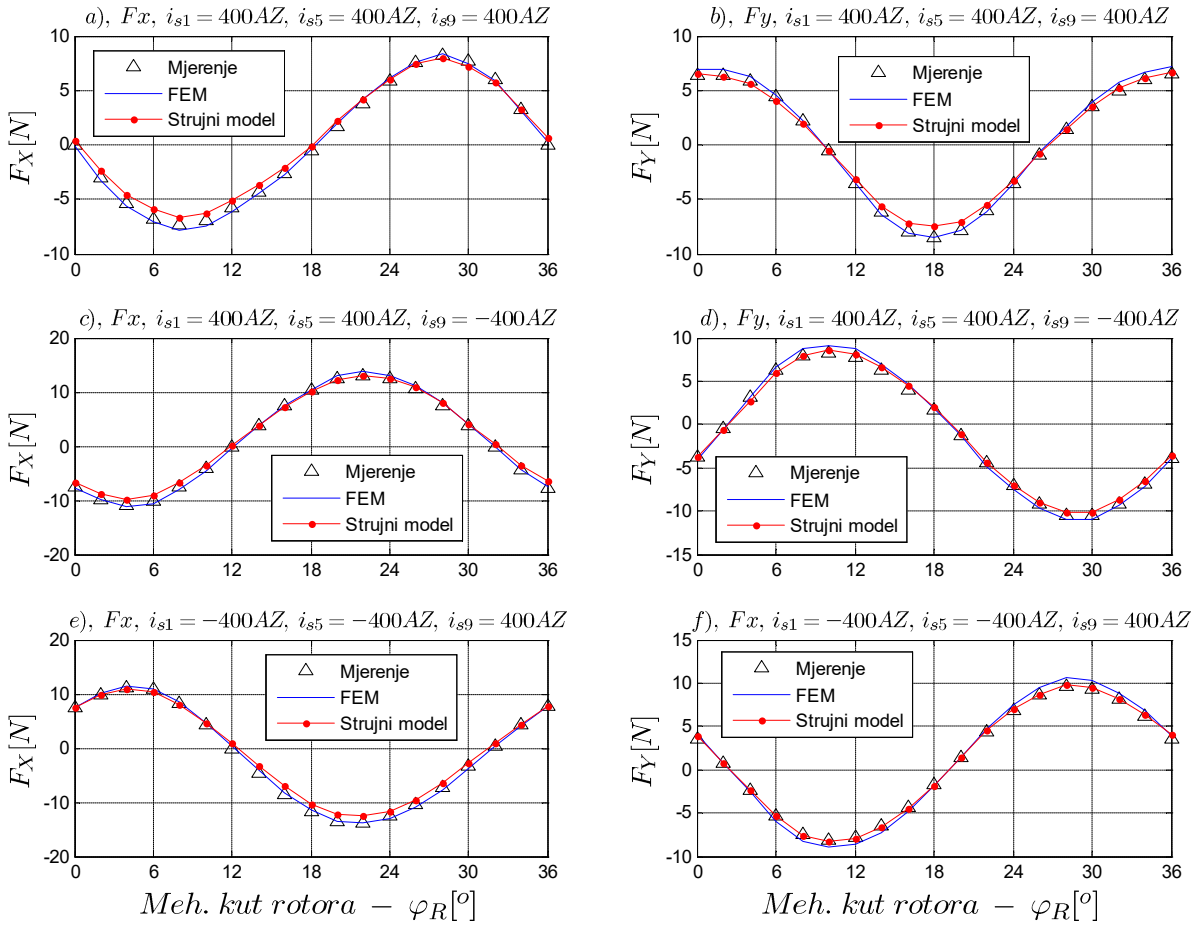


Slika 4.8. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj prve faze motora te usporedba s rezultatima FEM simulacija.



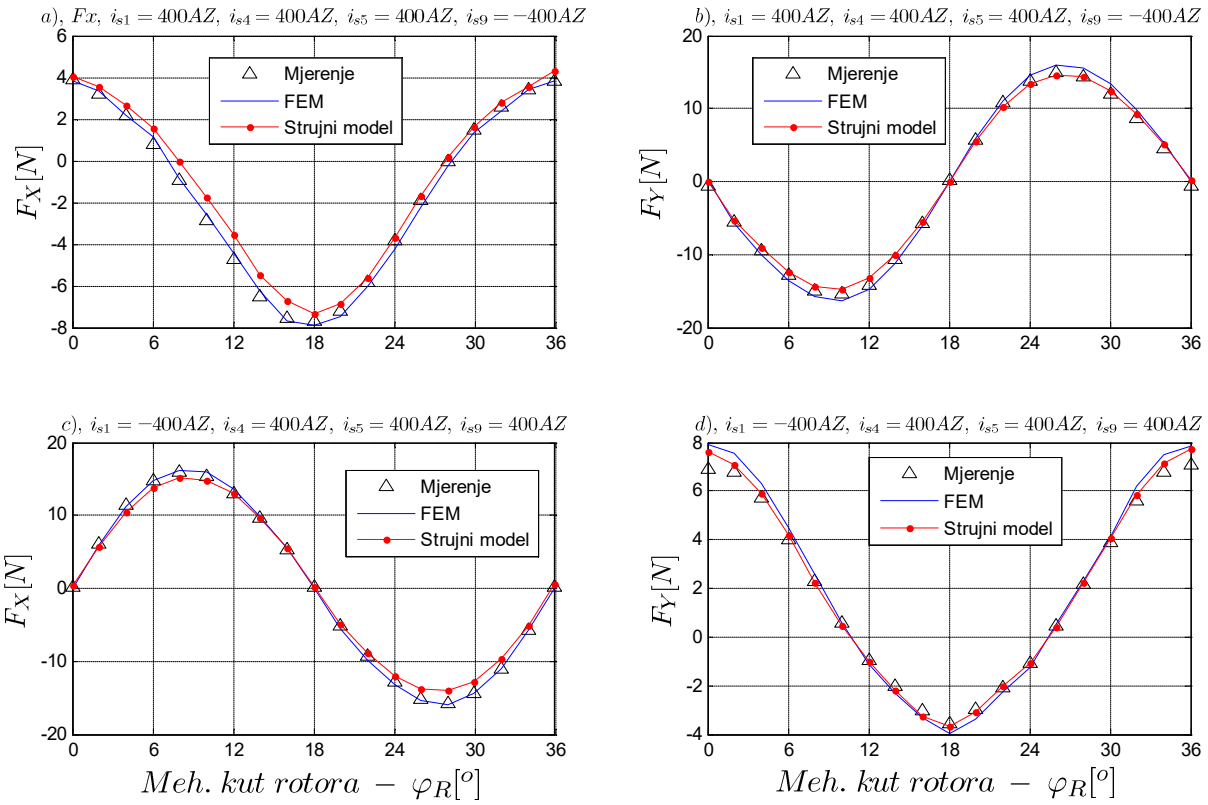
Slika 4.9. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj druge faze motora te usporedba s rezultatima FEM simulacija.

Mjerenja radijalnih sila napravljena su i za nekoliko slučajeva kada je više od jedne faze motora protjecano strujom u svrhu provjere ispravnosti izrađenog strujnog modela. U svrhu simulacija izrađen je strujni model temeljen na karakteristici prve i druge faze prema objašnjenjima danim u potpoglavljima 4.1 i 4.2 u simulacijskom programskom paketu. Na slici 4.10 prikazani su rezultati mjerenja za slučaj da su tri faze motora protjecane strujom. Zajedno s pripadnim rezultatima mjerenja, prikazani su i rezultati koji su dobiveni s izrađenim strujnim modelom, kao i rezultati dobiveni FEM simulacijama. Sa slike je vidljivo relativno dobro poklapanje mjerenja, FEM simulacija i izrađenog strujnog modela. Usporedba mjerenja sa strujnim modelom i FEM simulacijama prikazana na slici 4.10 dana je za tri različita slučaja (kombinacija struja) kako je navedeno iznad pojedinih grafova.



Slika 4.10. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj da su tri faze protjecane strujom te usporedba s rezultatima FEM simulacijama i izrađenim strujnim modelom BFSS 12/10 motora.

Na slici 4.11 prikazani su rezultati mjerenja zajedno s pripadnim rezultatima dobivenim iz strujnog modela i FEM simulacija za slučaj da su četiri faze protjecane strujom. Usporedba mjerenja, strujnog modela i FEM simulacija dana je za dva slučaja, kako je navedeno iznad pojedinih grafova na slici 4.11.



Slika 4.11. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj da su četiri faze protjecane strujom te usporedba s rezultatima FEM simulacijama i izrađenim strujnim modelom BFSS 12/10 motora.

4.4 Strujni model BFSS motora s razdvojenim sustavom namota

U poglavljima 4.1, 4.2 i 4.3 je izveden i eksperimentalno provjeren opći model bezležajnog BFSS 12/10 motora s kombiniranim sustavom namota u kojem je jedna faza sastavljena od jedne zavojnice motora. U vrijeme kada je bezležajni BFSS 12/10 motor razvijen i izrađen, postojale su samo regulacijske strukture bezležajnog motora koje su temeljene na pretpostavci linearne ovisnosti generiranih radijalnih sila i momenta. Kako je objašnjeno, karakteristika jedne faze, te posljedično i cjelokupni strujni model bezležajnog motora posjeduju nelinearnu ovisnost generiranih radijalnih sila o strujama. Iz navedenog razloga, regulacijske strukture temeljene na pretpostavci linearne ovisnosti generiranih radijalnih sila o strujama nisu se mogle primijeniti za upravljanje BFSS 12/10 motorom s kombiniranim sustavom namota, odnosno bilo je potrebno izraditi takav BFSS 12/10 motor koji posjeduje linearnu ovisnost generiranih radijalnih sila o strujama. Kako bi se riješio navedeni problem ograničenosti postojećih regulacijskih struktura na bezležajne motore s linearnom ovisnošću generiranih sila i struja, prilikom razvoja BFSS motora postavljen je dodatni zahtjev kojim se zahtijeva linearna ovisnost generiranih radijalnih sila i struja,

što je u konačnici rezultiralo BFSS 12/10 motorom s razdvojenim sustavom namota. U nastavku je objašnjeno na koji način je kod BFSS 12/10 motora postignuta linearna veza između generiranih radijalnih sila i struja faza motora.

Linearna ovisnost generiranih sila o strujama postignuta je odgovarajućim serijskim spajanjem geometrijski nasuprotnih zavojnica [8],[37]. Kao primjer za objašnjenje poslužit će zavojnice 1 i 7 koje su geometrijski nasuprotne (pogledati sliku 2.4a). Spoje li se zavojnice 1 i 7 u seriju, tada je struja kroz obje zavojnice jednaka, odnosno vrijedi:

$$i_{s1} = i_{s7} = i_{s1,7} \tag{4.34}$$

Radijalne sile i moment koje zavojnica 1 generira na rotor iznose:

$$\begin{bmatrix} F_{x,1} \\ F_{y,1} \\ T_{z,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{Q11}(\varphi_R) \\ T_{Q21}(\varphi_R) \\ T_{Q31}(\varphi_R) \end{bmatrix} (i_{s1})^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}(\varphi_R) \\ T_{L21}(\varphi_R) \\ T_{L31}(\varphi_R) \end{bmatrix} i_{s1} = \begin{bmatrix} T_{Q11}(\varphi_R) \\ T_{Q21}(\varphi_R) \\ T_{Q31}(\varphi_R) \end{bmatrix} (i_{s1,7})^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}(\varphi_R) \\ T_{L21}(\varphi_R) \\ T_{L31}(\varphi_R) \end{bmatrix} i_{s1,7} \tag{4.35}$$

Prethodno definirani kutovi (izrazi (4.21) i (4.16)) za zavojnicu 7 glase:

$$\alpha_7 = \frac{\pi}{6}(7-1) = \pi,\ \theta_7 = 2\pi\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12}\right)\cdot(7-1) = \frac{2\pi}{10} \tag{4.36}$$

Slijedi da su radijalne sile i moment koje generira zavojnica 7:

$$\begin{bmatrix} F_{x,7} \\ F_{y,7} \\ T_{z,7} \end{bmatrix} = R(\alpha_7) \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}(\varphi_\mathrm{R} + \theta_7) \\ \mathrm{T_{Q21}}(\varphi_\mathrm{R} + \theta_7) \\ \mathrm{T_{Q31}}(\varphi_\mathrm{R} + \theta_7) \end{bmatrix} (\mathrm{i}_{s7})^2 + R(\alpha_7) \begin{bmatrix} \mathrm{T_{L11}}(\varphi_\mathrm{R} + \theta_7) \\ \mathrm{T_{L21}}(\varphi_\mathrm{R} + \theta_7) \\ \mathrm{T_{L31}}(\varphi_\mathrm{R} + \theta_7) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s7} \tag{4.37}$$

Uvrsti li se izrazi (4.36), (4.34) i (4.19) u izraz (4.37) dobije se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{x,7} \\ F_{y,7} \\ T_{z,7} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\pi) & -\sin(\pi) & 0 \\ \sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{Q21}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{Q31}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \end{bmatrix} (\mathrm{i}_{s1,7})^2 + \begin{bmatrix} \cos(\pi) & -\sin(\pi) & 0 \\ \sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{L11}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{L21}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{L31}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s1,7} \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{Q21}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{Q31}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \end{bmatrix} (\mathrm{i}_{s1,7})^2 + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{Q21}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \\ \mathrm{T_{Q31}}(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s1,7} \end{aligned} \tag{4.38}$$

Pošto rotor ima 10 zubiju, slijedi da su koeficijenti ovisni o kutu rotora periodičke funkcije s periodom $2\pi/10$, slijedi da su sile i moment zavojnice 7:

$$\begin{bmatrix} F_{x,7} \\ F_{y,7} \\ T_{z,7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}\left(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10\right) \\ \mathrm{T_{Q21}}\left(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10\right) \\ \mathrm{T_{Q31}}\left(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}\left(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10\right) \\ \mathrm{T_{Q21}}\left(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10\right) \\ \mathrm{T_{Q31}}\left(\varphi_\mathrm{R} + 2\pi/10\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s1,7}$$
$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathrm{T_{Q21}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathrm{T_{Q31}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix} \left(\mathrm{i}_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T_{Q11}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathrm{T_{Q21}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathrm{T_{Q31}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix} \mathrm{i}_{s1,7} \tag{4.39}$$

Ukupne generirane sile i moment koje generira faza koja se dobije serijskim spajanjem prve i sedme zavojnice dobije se zbrajanjem sila i momenta prve i sedme zavojnice, te su stoga ukupna sila i moment faze:

$$\begin{bmatrix} F_{x,1,7} \\ F_{y,1,7} \\ T_{z,1,7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x,1} \\ F_{y,1} \\ T_{z,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{x,7} \\ F_{y,7} \\ T_{z,7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{Q11}\left(\varphi_R\right) \\ T_{Q21}\left(\varphi_R\right) \\ T_{Q31}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} \left(i_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}\left(\varphi_R\right) \\ T_{L21}\left(\varphi_R\right) \\ T_{L31}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} i_{s1,7} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{Q11}\left(\varphi_R\right) \\ T_{Q21}\left(\varphi_R\right) \\ T_{Q31}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} \left(i_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{L11}\left(\varphi_R\right) \\ T_{L21}\left(\varphi_R\right) \\ T_{L31}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} i_{s1,7}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{Q11}\left(\varphi_R\right) \\ T_{Q21}\left(\varphi_R\right) \\ T_{Q31}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} \left(i_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{L11}\left(\varphi_R\right) \\ T_{L21}\left(\varphi_R\right) \\ T_{L31}\left(\varphi_R\right) \end{bmatrix} i_{s1,7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2T_{Q31}\left(\varphi_R\right)\left(i_{s1,7}\right)^2 + 2T_{L31}\left(\varphi_R\right) i_{s1,7} \end{bmatrix} \tag{4.40}$$

Kao što je prethodno objašnjeno, reluktantna komponenta momenta (kvadratni član) je kod BFSS 12/10 motora zanemarivo mala, te se konačno dobije da za fazu sastavljenu od prve i sedme zavojnice vrijedi:

$$\begin{bmatrix} F_{x,1,7} \\ F_{y,1,7} \\ T_{z,1,7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2T_{L31}\left(\varphi_R\right) i_{s1,7} \end{bmatrix} \tag{4.41}$$

Kako je vidljivo, faza sastavljena od prve i sedme zavojnice spojene u seriju na način da su struje i_{s1} i i_{s7} u fazi ($i_{s1}=i_{s7}$) ne generira radijalne sile, već samo moment, pri čemu moment linearno ovisi o struji faze pošto je reluktantna komponenta momenta zanemariva. Dobiveni rezultat vrijedi i općenito. Spoje li se bilo koje dvije geometrijski nasuprotne zavojnice u seriju na način da su struje zavojnica u fazi, tada tako dobivena faza stvara samo moment (eng. *torque phase*).

Dvije geometrijski nasuprotne zavojnice mogu se spojiti i na način da su struje zavojnica u protufazi. Spoje li se prva i sedma zavojnica u protufazni serijski spoj tada vrijedi:

$$i_{s1} = -i_{s7} = i_{s1,7} \tag{4.42}$$

Ukupne radijalne sile i moment koju stvara faza sastavljena od prve i sedme zavojnice u serijskom protufaznom spoju određuje se analogno kao i u prethodnom slučaju, odnosno nakon uvrštavanja

izraza (4.42) u izraz (4.39), te zbrajanjem generiranih sila i momenta prve i sedme zavojnice dobije se:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} F_{x,1,7} \\ F_{y,1,7} \\ T_{z,1,7} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} T_{Q11}(\varphi_R) \\ T_{Q21}(\varphi_R) \\ T_{Q31}(\varphi_R) \end{bmatrix} \left(i_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} T_{L11}(\varphi_R) \\ T_{L21}(\varphi_R) \\ T_{L31}(\varphi_R) \end{bmatrix} i_{s1,7} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{Q11}(\varphi_R) \\ T_{Q21}(\varphi_R) \\ T_{Q31}(\varphi_R) \end{bmatrix} \left(-i_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{L11}(\varphi_R) \\ T_{L21}(\varphi_R) \\ T_{L31}(\varphi_R) \end{bmatrix} \left(-i_{s1,7}\right) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{Q11}(\varphi_R) \\ T_{Q21}(\varphi_R) \\ T_{Q31}(\varphi_R) \end{bmatrix} \left(i_{s1,7}\right)^2 + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{L11}(\varphi_R) \\ T_{L21}(\varphi_R) \\ T_{L31}(\varphi_R) \end{bmatrix} i_{s1,7}\end{aligned} \tag{4.43}$$

Zanemarenjem reluktantne komponente momenta konačno se dobije:

$$\begin{bmatrix} F_{x,1,7} \\ F_{y,1,7} \\ T_{z,1,7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{L11}(\varphi_R) \\ T_{L21}(\varphi_R) \\ T_{L31}(\varphi_R) \end{bmatrix} i_{s1,7} = \begin{bmatrix} 2T_{L11}(\varphi_R) \\ 2T_{L21}(\varphi_R) \\ 0 \end{bmatrix} i_{s1,7} \tag{4.44}$$

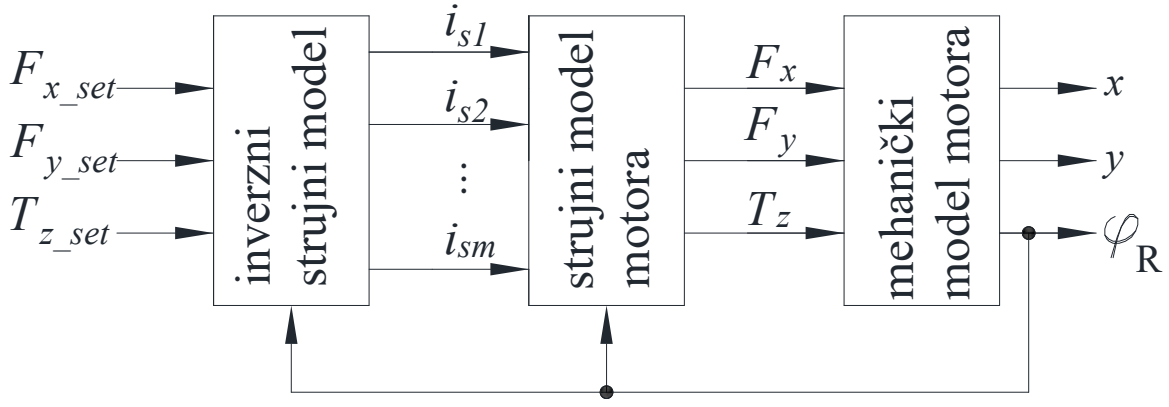
Iz izraza (4.44) slijedi da faza koja je dobivena protufaznim serijskim spajanjem dviju geometrijski nasuprotnih zavojnica generira samo silu (eng. *force phase*), odnosno ne generira moment. Nadalje, iz izraza (4.44) vidljivo je da su nestali kvadratni (reluktantne komponente sile) članovi, odnosno ovisnost radijalnih sila o struji faze je linearna. Dobiveni rezultat vrijedi i općenito. Spoje li se bilo koje dvije geometrijski nasuprotne zavojnice u protufazni serijski spoj, tada tako dobivena faza stvara samo sile koje su linearno ovisne o struji faze.

Na opisani način serijskim spajanjem po dvije geometrijski nasuprotne zavojnice u fazni odnosno protufazni spoj postiže se ne samo linearizacija nelinearnih ovisnosti generiranih sila o strujama faza (poništavanje kvadratnih članova), već se postiže i rasprezanje radijalnih sila i momenta, što posljedično rezultira motorom koji posjeduje faze koje generiraju samo moment i faze koje generiraju samo radijalne sile. Na opisani način napravljen je BFSS 12/10 motor koji posjeduje 12 statorskih zavojnica odnosno 6 faza pri čemu se koriste 3 faze za generiranje momenta i 3 faze za generiranje radijalnih sila. Kako bi se omogućilo napajanje motora za dva standardna trofazna izmjenjivača, oba trofazna sustava (trofazni sustav faza za moment i trofazni sustav faza za sile) spojena su u zvijezdu te u konačnici rezultiraju namotom motora spojenim u dvostruki zvijezda spoj.

Jedan od nedostataka korištenja razdvojenog sustava namota je kompliciranija mehanička konstrukcija, i kako je objašnjeno, kod BFSS motora zahtijeva se relativno velik broj zavojnica.

5. Nelinearna regulacijska struktura bezležajnog motora s reluktantnim rotorom u obliku diska

Glavna problematika regulacijske strukture bezležajnog motora odnosi se na problematiku određivanja struja koje je potrebno propustiti kroz faze motora a da se postigne željena sila i moment na rotor. Na slici 5.1 prikazan je načelni blokovski prikaz strujnog modela bezležajnog motora zajedno s pripadnim inverznim strujnim modelom. Sastavni dio regulacijske strukture bezležajnog motora je i inverzni strujni model.



Slika 5.1. Blokovski prikaz strujnog modela i inverznog strujnog modela bezležajnog motora.

Model bezležajnog motora sastavljen je od dva podsustava. Prvi podsustav je strujni model motora koji opisuje ovisnost generiranih radijalnih sila i momenta u ovisnosti o fazama motora, kao što je objašnjeno u poglavlju 4. Drugi podsustav je mehanički model motora kojim se modelira gibanje rotora (u radijalnim smjerovima i rotacija oko aksijalne osi) u ovisnosti o generiranim silama i razvijenom elektromagnetskom momentu. Osim aktivno generiranih sila i momenta, na gibanje rotora utječu i pasivne destabilizirajuće sile. Utjecaj pasivnih destabilizirajućih sila na

gibanje rotora uzet je u obzir u mehaničkom podsustavu motora[16]. Opis mehaničkog modela motora bit će dan kasnije u ovom radu.

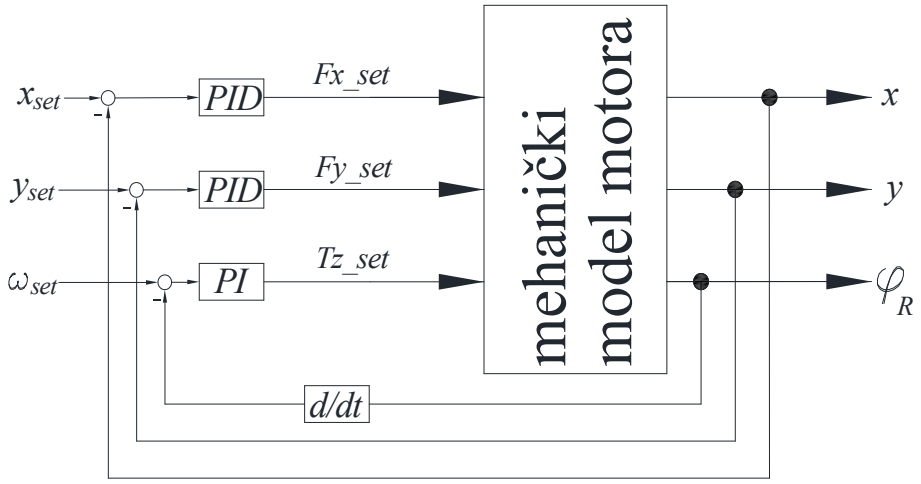
Bezležajni motor može se smatrati nelinearnim multivarijabilnim sustavom [33] (eng. *Multiple- Input Multiple-Output – MIMO sustav*) kod kojeg su ulazi struje (naponi) motora, a izlazi radijalna pozicija i kut/brzina rotora. U općem slučaju, generirane radijalne sile i moment nelinearno ovise i o strujama i o kutu rotora, što prilikom izrade regulacijske strukture bezležajnog motora zahtijeva primjenu metoda iz teorije upravljanja nelinearnim sustavima. Metode analize i sinteze dobro su poznate za linearne sustave, što nije slučaj za nelinearne sustave [33]. Iz navedenog razloga čest pristup u rješavanju problema upravljanja nelinearnog sustava sastoji se u transformaciji nelinearnog sustava u linearni sustav. U svrhu transformacije nelinearnog sustava u linearni sustav moguće je koristiti tehniku koja je poznata pod nazivom *linearizacija u povratnoj vezi* [34](eng. *feedback linearization*).

Tehnika linearizacije u povratnoj vezi sastoji se u uvođenju nelinearne transformacije (blok inverzni strujni model na slici 5.1) kojom su uvedeni novi upravljački ulazi (F_{x_set}, F_{y_set}, T_{z_set} na slici 5.1) pri čemu postoji linearna ovisnost i raspregnutost novo-uvedenih upravljačkih ulaza i izlaza iz sustava (x, y, φ_R). Umjetno uvedena nelinearna transformacija na temelju varijabli stanja u povratnoj vezi (eng. *state feedback*) i na temelju novih upravljačkih ulaza izračunava ulaze u izvorni nelinearni sustav (i_{s1}, i_{s2}, …, i_{sm}). Više o tehnici linearizacije u povratnoj vezi može se pronaći primjerice u [35] i [36].

Kako će dalje u radu biti detaljnije objašnjeno, mehanički podsustav je u slučaju bezležajnog BFSS motora s rotorom u obliku diska linearan i raspregnut. Drugim riječima, regulacija položaja rotora u *x*- smjeru ostvaruje se upravljanjem sile u *x* smjeru (*Fx*), pri čemu položaj (i/ili brzina) rotora u smjeru osi *x*- nemaju utjecaj na gibanje rotora u preostala dva stupnja slobode gibanja (radijalni pomak u *y*- smjeru i kut rotora). Analogno vrijedi i za preostala dva stupnja slobode gibanja, gibanjem rotora u *y*- smjeru upravlja se silom u *y* smjeru (*Fy*) bez da se time utječe na gibanje rotora u *x*- smjeru ili na rotaciju rotora oko *z*- osi, dok se brzinom vrtnje upravlja upravljanjem momentom (*Tz*) bez utjecaja na gibanje rotora u radijalnim smjerovima. Iz provedene analize slijedi zaključak da je osnovna zadaća bloka (podsustava) *inverzni strujni model*

[16] U općem slučaju na gibanje rotora imaju utjecaj i pasivne stabilizirajuće sile, ali taj se utjecaj može zanemariti u slučaju da je gibanje rotora planarno što će biti objašnjeno kasnije

postizanje jednakosti između željenih i ostvarenih sila i momenta na rotor, odnosno zadatak inverznog strujnog modela je ostvarenje jednakosti: *Fx_set=Fx*, *Fy_set=Fy* i *Tz_set=Tz*. Naime, pretpostavi li se da su tražene jednakosti ispunjenjene, te uz zanemarenje dinamike unutarnjih strujnih regulacijskih krugova, slijedi da se cjelina koju sačinjava bezležajni motor s pripadnom regulacijskom strukturom pojednostavljeno može blokovski prikazati na način kako je to prikazano na slici 5.2., čime su uvedeni novi upravljački ulazi u sustav (*Fx_set*, *Fy_set* i *Tz_set*), kojima je omogućeno uvođenje regulacijske strukture kao što je prikazano na slici (5.2.). Slijedi da inverzni strujni model predstavlja centralni blok regulacijske strukture bezležajnog motora.



Slika 5.2. Pojednostavljeni blokovski prikaz cjeline koju sačinjava bezležajni motor sa svojom regulacijskom strukturom temeljenoj na strujnom modelu bezležajnog motora.

5.1 Izgradnja regulacijske strukture bezležajnog motora s izraženom nelinearnom ovisnošću magnetske sile o strujama temeljene na inverznom strujnom modelu – rasprežno/linearizacijski blok u diskretnom obliku

Cilj istraživanja ovog rada je izrada regulacijske strukture bezležajnog BFSS 12/10 motora s kombiniranim sustavom namota. Naime, kako je objašnjeno u 4. poglavlju, bezležajni BFSS 12/10 motor s kombiniranim sustavom namota posjeduje nelinearnu ovisnost generiranih radijalnih sila o strujama, što onemogućuje primjenu dosadašnjih regulacijskih struktura iz razloga što one pretpostavljaju linearnu ovisnost razvijenih radijalnih sila o strujama. Kao što je objašnjeno i izvedeno u poglavlju 4.4, navedeno ograničenje riješeno je odgovarajućom konstrukcijom BFSS 12/10 motora, odnosno serijskim spajanjem geometrijski nasuprotnih zavojnica, što je rezultiralo

potrebom da svaka faza motora posjeduje dvije zavojnice pri čemu postoje faze koje generiraju samo moment i faze koje generiraju samo silu (razdvojeni sustav namota).

Međutim, korištenje razdvojenog sustava namota ima određenih nedostataka u odnosu na kombinirani sustav namota. Naime, bezležajni motori s razdvojenim sustavom namota tipično imaju manju korisnost i manju gustoću momenta i sile (eng. *torque and force density*) od motora s kombiniranim sustavom namota, kao što je pokazano primjerice u [38], [39] i [40]. Osnovni razlog smanjene korisnosti, kao i smanjene gustoće momenta razdvojenog sustava namota, posljedica je činjenice što se bezležajni motor u svom normalnom radu najčešće nalazi u centralnom položaju, u kojem su destabilizirajuće sile zanemarivo male, pa je time i potrebna sila ležaja zanemarivo mala. Odnosno, tipična radna točka motora najčešće zahtijeva uglavnom struju za stvaranje momenta uz zanemarivo malu struju ležaja [12]. Posljedično, u slučaju bezležajnog motora s razdvojenim sustavom namota, zavojnice koje stvaraju silu većinu vremena rada motora bit će neiskorištene. Naime, zavojnice za stvaranje sile zauzimaju prostor unutar statora motora, te je time prostor raspoloživ za zavojnice koje stvaraju moment manji nego što je to u slučaju zavojnica kod kombiniranog sustava namota, što dovodi do smanjene korisnosti i gustoće momenta. Analogni zaključak vrijedi i za gustoću sile koja je također smanjena u slučaju motora s razdvojenim sustavom namota. Naime, velike sile ležaja potrebne su najčešće samo u kratkotrajnoj fazi postizanja magnetske levitacije, pri čemu je struja za stvaranje momenta u fazi postizanja levitacije zanemarivo mala. Stoga, u slučaju kombiniranog sustava namota sav raspoloživ prostor za zavojnice je iskorišten prilikom faze postizanja magnetske levitacije, što nije slučaj kod razdvojenog sustava namota, pošto su u fazi postizanje levitacije iskorištene samo zavojnice (bakar) za stvaranje sile, dok su zavojnice za stvaranje momenta neiskorištene. Dodatno, kao što je prethodno objašnjeno, razdvojeni sustav namota za razliku od kombiniranog sustava namota, zahtijeva relativno velik broj zavojnica.

Iz prethodnih objašnjenja, slijedi zaključak da bi razvoj regulacijske strukture BFSS motora s kombiniranim sustavom namota otvorio nove mogućnosti u dizajnu bezležajnih motora, pošto ograničenje na postojanje linearne ovisnosti sila i momenta o strujama prilikom dizajna bezležajnog motora više ne bi postojalo. Nadalje, iako je istraživanje napravljeno za slučaj BFSS motora, stečene spoznaje mogu se primijeniti i na ostale vrste bezležajnih motora. Navedeni razlozi predstavljaju povod i smisao za provedbu istraživanja s ciljem razvoja regulacijske strukture bezležajnog motora s izraženom nelinearnom ovisnošću sile o strujama.

Glavni zadatak izrade regulacijske strukture bezležajnog motora temeljene na strujnom modelu odnosi se na određivanje inverznog strujnog modela. Zadatak inverznog strujnog modela je određivanje struja koje je potrebno propustiti kroz pojedine faze motora da se na rotor ostvare zadane sile i moment. Strujni model bezležajnog motora opisuje ovisnost generiranih radijalnih sila i momenta o strujama i kutu rotora, dok inverzni strujni model opisuje obrnutu vezu, a to je ovisnost struja o silama i kutu rotora.

Pošto je cilj izrada regulacijske strukture bezležajnog motora s kombiniranim sustavom namota, za provedbu istraživanja ovog rada bezležajni motor je prespojen kako bi se postigao BFSS 12(6)/10 motor s kombiniranim sustavom namota kod kojeg svaka faza motora čini jednu zavojnicu motora. Kako bi se motor i dalje mogao napajati s postojećim modulom energetske elektronike, koji posjeduje dva standardna trofazna izmjenjivača, namot statora motora prespojen je na način da čini dva trofazna sustava kod kojeg je svaki od ta dva trofazna sustava spojen u zvijezdu, čineći tako dvostruki zvijezda spoj (eng. *double-star connection*). Odnosno, broj faza se nije promijenio prespajanjem, motor je i dalje šesterofazni što znači da upotreba šesterofaznog kombiniranog sustava namota zahtijeva samo 6 od raspoloživih 12 zavojnica motora, te se prirodno postavlja pitanje koje od raspoloživih 6 zavojnica odabrati, te na koji način ih spojiti u dvostruki zvijezda spoj.

Zaključak o izboru i spoju zavojnica donesen je na temelju zaključaka dobivenih analiziranjem spoja postojećeg kombiniranog sustava namota. Naime, prilikom prespajanja namota treba strogo voditi računa o utjecaju prespajanja namota motora na njegovu sposobnost generiranja radijalnih sila i momenta, i cilj je svakako što je moguće manje narušiti navedene sposobnosti motora kako bi se omogućio normalan rad motora. Potencijalni problem proizlazi iz činjenice što nakon prespajanja namota motor više neće koristiti 12 već samo 6 zavojnica, što će zasigurno umanjiti mogućnosti motora u smislu njegove sposobnosti generiranja sila i momenta. Međutim, može se zaključiti da navedeni problem prepolovljenog broja zavojnica ipak neće uzrokovati nemogućnost rada motora. Naime, promotri li se shema spoja BFSS 12/10 motora s razdvojenim sustavom namota na slici 5.3a, vidljivo je da se koristi 6 zavojnica za generiranje radijalnih sila (zavojnice 2,4,6,8,10 i 12 spojene u trofazni sustav, žute) i 6 zavojnica za generiranje momenta (zavojnice 1,3,5,7,9 i 11 spojene u trofazni sustav, smeđe). Iz navedenog se može zaključiti da korištenje 6 zavojnica može generirati dovoljno veliku silu za postizanje magnetske levitacije, iz čega slijedi da će kombinirani sustav namota sa 6 zavojnica biti u stanju dovesti rotor u centralni

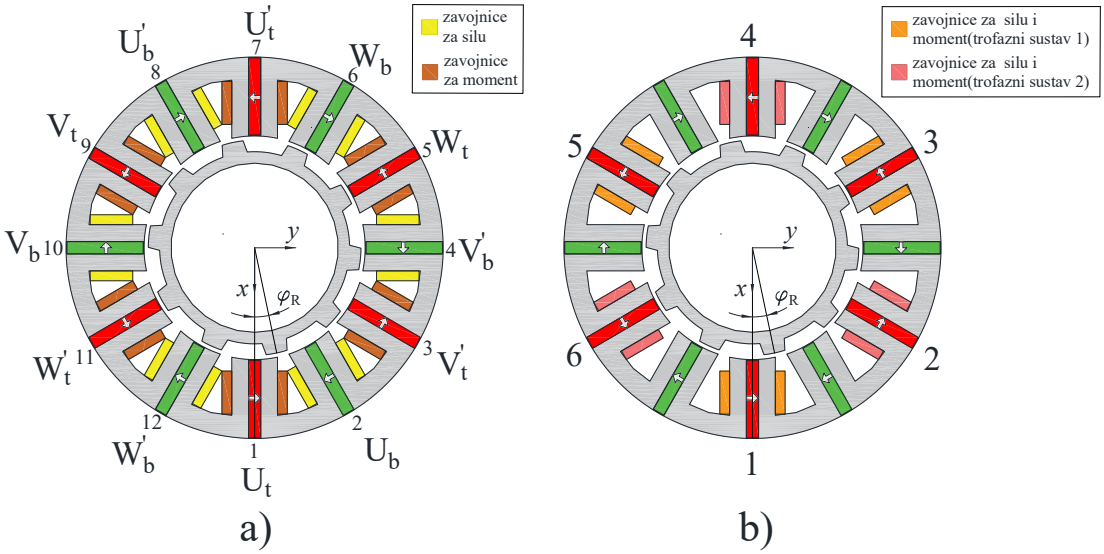
položaj prilikom podizanja rotora uz pretpostavku da u fazi podizanja rotora nije potrebno generirati moment. Analogno vrijedi i za razvijeni moment, kombinirani sustav namota sa 6 zavojnica biti će u stanju razviti nazivni moment motora, ali uz pretpostavku da istovremeno nije potrebno generirati radijalnu silu. Međutim, kao što je već objašnjeno u dijelu gdje se raspravlja o prednostima kombiniranog sustava namota, prilikom normalnog rada bezležajnog motora najčešće nije potrebno generirati radijalne sile i moment istovremeno, iz čega slijedi zaključak da upotreba 6 umjesto 12 zavojnica neće onemogućiti rad motora.

Gubitak performansi nakon prespajanja razdvojenog u kombinirani sustav namota svakako postoji, ali on se odnosi na radne točke motora kod kojih je potrebno generirati radijalnu silu i moment istovremeno. Naime, izvorni BFSS 12/10 motor s razdvojenim sustavom namota je uvijek u stanju razviti nazivnu radijalnu silu (moment), neovisno o iznosu razvijenog momenta (radijalne sile). Međutim, u slučaju kombiniranog sustava namota, nazivna radijalna sila može se razviti samo ako je moment nula, i obrnuto, nazivni iznos momenta može se razviti samo ako je generirana sila jednaka nuli.

Iz provedene analize slijedi zaključak da je za kombinirani sustav namota moguće odabrati ili samo zavojnice koje kod razdvojenog sustava namota služe za generiranje sile (2, 4, 6, 8, 10 i 12), ili samo zavojnice koje kod razdvojenog sustava namota služe za generiranje momenta (1, 3, 5, 7, 9 i 11). Naime, ovakvim izborom zavojnica sigurno neće biti narušene mogućnosti motora u smislu generiranja sila (u fazi podizanja rotora) i momenta (u fazi normalnog rada motora u centralnom položaju). Bilo koji drugi izbor zavojnica zahtijevao bi provedbu dodatnih analiza kako bi se utvrdilo je li moguć normalan rad motora. Stoga, izabrane su zavojnice 1, 3, 5, 7, 9 i 11 (smeđe obojane na slici 5.3a) koje su spojene u dvostruki zvijezda spoj čineći tako kombinirani sustav namota (slika 5.3b). Bez bitne razlike, mogle su se izabrati i zavojnice 2, 4, 6, 8, 10 i 12.

Spoj izabranih 6 zavojnica u dva trofazna spoja također je napravljen u skladu s kombiniranim sustavom namota [7], [12]. Primjerice, dva trofazna spoja mogu se postići na način da se u svakom od 2 trofazna sustava nalaze po 3 susjedne zavojnice (npr. 1, 3, 5 i 7, 9, 11), ili pak na način da se u svakom od 2 trofazna sustava nalaze zavojnice koje nisu susjedne (npr. 1, 5, 9 i 3, 7, 11). Kod kombiniranog sustava namota, i u slučaju trofaznog sustava za generiranje sila i u slučaju trofaznog sustava za generiranje momenta, trofazni zvijezda spojevi formirani su na način da zbroj struja zavojnica koje nisu susjedne daje nulu (pogledati sliku 5.3a). Iz navedenog razloga, kombinirani sustav namota spojen je na način da zavojnice 1, 5 i 9 čine jedan trofazni sustav spojen

u zvijezdu, dok zavojnice 3, 7 i 11 čine drugi trofazni sustav spojen u zvijezdu, kao što se može vidjeti na slici 5.3b. Također, u slučaju kombiniranog sustava namota uvedene su nove oznake (brojevi) zavojnica radi jednostavnosti.



Slika 5.3. Razdvojeni i kombinirani sustav namota: a) razdvojeni sustav namota gdje je trofazni sustav namota $U_tV_tW_t$ služi za generiranje momenta dok trofazni sustav $U_bV_bW_b$ služi za generiranje sile(izvor: [7], [12]), b) kombinirani sustav namota nakon prespajanja kombiniranog sustava namota.

Postupak određivanja nepoznatih struja za zadane sile, moment i kut rotora svodi se na rješavanje nelinearnog sustava algebarskih jednadžbi strujnog modela opisanog izrazom (4.11). Odnosno, strujni model se nakon uvrštavanja željenih sila, momenta i kuta rotora promatra kao sustav nelinearnih jednadžbi gdje su struje motora nepoznanice koje se dobiju rješavanjem dobivenog nelinearnog sustava algebarskih jednadžbi. Pošto je namot motora s kombiniranim sustavom namota spojen u dvostruki zvijezda spoj slijedi da postoje 4 nezavisne struje. Može se zaključiti da će dobiveni sustav biti pododređen (eng. *underdetermined*) pošto ima 3 jednadžbe i 4 nepoznanice (nepoznate struje), što znači da sustav ima beskonačno mnogo rješenja. Činjenica da sustav jednadžbi dobiven iz strujnog modela nema jedinstveno rješenje, otvara mogućnost da se pronalazak inverznog strujnog modela svede na uvjetni optimizacijski problem (eng. *constrained optimization*). Često korišten pristup je postavljanje optimizacijskog problema na način da se minimiziraju gubici u bakru namota, što je napravljeno i u ovom radu, čime se pronalazak inverznog strujnog modela svodi na rješavanje optimizacijskog problema (5.1):

$$\begin{aligned} &\textit{min: } \boldsymbol{i}_s^T \boldsymbol{I} \boldsymbol{i}_s, \\ \textit{subject to } &\begin{cases} \boldsymbol{F} - \boldsymbol{T}_Q(\varphi_R)(\boldsymbol{i}_s \circ \boldsymbol{i}_s) + \boldsymbol{T}_L(\varphi_R)\boldsymbol{i}_s = \boldsymbol{O}_{3\times 1}; \\ i_1 + i_3 + i_5 = 0; \\ i_2 + i_4 + i_6 = 0, \end{cases} \end{aligned} \tag{5.1}$$

gdje je $\boldsymbol{i_s}$ vektor struja motora ($\boldsymbol{i_s}$=[i_1,i_2,…,i_6]$^{\mathrm{T}}$), $\boldsymbol{F}$ je vektor sila i momenta ($\boldsymbol{F}$=[Fx Fy Tz]$^{\mathrm{T}}$), $\boldsymbol{I}$ jedinična matrica, $o_{4\times 1}$ je nul-vektor dimenzija naznačenih u indeksu. Izraz $\boldsymbol{i}_s^T \boldsymbol{I} \boldsymbol{i}_s$ predstavlja funkciju cilja (eng. *objective function*) koja je jednaka sumi kvadrata struja čime se minimiziraju gubici u bakru namota uz pretpostavku da sve faze imaju jednak otpor. Izraz $\boldsymbol{F}-\boldsymbol{T}_Q(\varphi_R)(\boldsymbol{i}_s \circ \boldsymbol{i}_s)+\boldsymbol{T}_L(\varphi_R)\boldsymbol{i}_s=\boldsymbol{O}_{3\times 1}$ predstavlja sustav nelinearnih jednadžbi strujnog modela motora, dok su jednadžbe $i_1 + i_3 + i_5 = 0$ i $i_2 + i_4 + i_6 = 0$ posljedica spoja namota u dvostruki zvijezda spoj. Rješenje optimizacijskog problema predstavlja vektor struja $\boldsymbol{i_s}$ pri čemu se vektor sile $\boldsymbol{F}$ i φ_R kut rotora mogu smatrati nezavisnim varijablama optimizacijskog problema. Rješenje optimizacijskog problema ovisno je o iznosima nezavisnih varijabli ($\boldsymbol{F}$ i φ_R), odnosno vektor struja $\boldsymbol{i_s}$ kao rješenje optimizacijskog problema je funkcija vektora $\boldsymbol{F}$ i kuta rotora φ_R. Zapiše li se izneseno matematički, slijedi da rješenje optimizacijskog problema (inverzni strujni model) ima sljedeći oblik:

$$\boldsymbol{i}_s(\varphi_R, \boldsymbol{F}) = \left[i_1(\varphi_R, \boldsymbol{F}) \quad i_2(\varphi_R, \boldsymbol{F}) \quad i_3(\varphi_R, \boldsymbol{F}) \quad i_4(\varphi_R, \boldsymbol{F}) \quad i_5(\varphi_R, \boldsymbol{F}) \quad i_6(\varphi_R, \boldsymbol{F}) \right]^T. \tag{5.2}$$

Izraz (5.1) predstavlja kvadratni optimizacijski problem uvjetovan sustavom kvadratnih i linearnih jednadžbi, i u literaturi se spominje pod nazivom *quadratically constrained quadratic programming* (QCQP) [41],[42]. Za razliku od upravljačkih struktura bezležajnih motora koje pretpostavljaju linearnu ovisnost razvijenih sila o strujama, gdje se rješenje optimizacijskog problema oblika (5.2) može pronaći u analitičkom obliku korištenjem metode Lagrangeovih multiplikatora (kako je objašnjeno primjerice u [19],[43],[44] za slučajeve jednostrukog i dvostrukog zvijezda spoja), u slučaju optimizacijskog problema (5.1) rješenje u analitičkom obliku nije poznato. Naime, u slučaju linearne ovisnosti sile o strujama, pojavljuje se kvadratni optimizacijski problem uvjetovan linearnim sustavom jednadžbi, i primjena metode Lagrangeovih multiplikatora u tom slučaju dovodi do transformacije kvadratnog optimizacijskog problema uvjetovanog linearnim sustavom jednadžbi na sustav linearnih jednadžbi, nakon čega se rješenje može pronaći u analitičkom obliku rješavanjem dobivenog linearnog sustava jednadžbi. Međutim, pokušaj primjene metode Lagrangeovih multiplikatora na optimizacijski problem (5.1) rezultira

transformiranjem izvornog nelinearnog optimizacijskog problema u sustav nelinearnih jednadžbi čije rješenje nije poznato u analitičkom obliku.

Iz razloga nemogućnosti pronalaska analitičkog rješenja optimizacijskog problema, u ovom radu korištene su numeričke metode. Korištenje numeričkih metoda omogućuje da se rješenje optimizacijskog problema u obliku (5.2) pronađe u diskretnom obliku. Primjena numeričkih metoda na optimizacijski problem (5.1) je moguća u slučaju da nezavisne varijable optimizacijskog problema ($\boldsymbol{F}$ i φ_R) poprimaju neke odabrane numeričke vrijednosti. Drugim riječima, ideja je diskretizirati prostor nezavisnih varijabli optimizacijskog problema (prikazati ga u obliku što većeg broja diskretnih vrijednosti odnosno točaka), te potom za svaku diskretnu vrijednost (točku) riješiti optimizacijski problem (5.1) korištenjem neke od numeričkih metoda. Na opisani način dobije se rješenje optimizacijskog problema u obliku diskretiziranih nezavisnih varijabli ($\boldsymbol{F}$ i φ_R).

Za opisani način pronalaska rješenja optimizacijskog problema (5.1) u diskretnom obliku korištena je interna *fmincon* funkcija simulacijskog programskog paketa. Korišten je algoritam sekvencijalnog kvadratnog programiranja (eng. Sequential quadratic programming - SQP). Općenito govoreći, sekvencijalno kvadratno programiranje (SQP) zapravo predstavlja skupinu algoritama koji služe za numeričko rješavanje nelinearnih uvjetnih optimizacijskih problema (eng. *constrained nonlinear optimization*), i spada u skupinu algoritama za traženje lokalnih rješenja optimizacijskog problema (eng. *Local optimization*). Algoritmi iz SQP skupine algoritama spadaju u iterativne algoritme koji u svakoj iteraciji izvorni nelinearni optimizacijski problem aproksimiraju kvadratnim optimizacijskim pod-problemom uvjetovanim lineariziranim uvjetima. Primjena SQP metode na optimizacijski problem koji je uvjetovan jednadžbama predstavlja primjenu Newton-ove metode na Karush-Kuhn-Tucker (KKT) uvjete izvornog optimizacijskog problema. Više o SQP metodama može se pronaći primjerice u [45],[46].

Prostor nezavisnih varijabli diskretiziran je po točkama koje čine pravokutnu mrežu (eng. *rectangular grid*). Granice nezavisnih varijabli određene su na temelju nazivnih vrijednosti sila i momenta motora. Rasponi (granice) i koraci nezavisnih varijabli korišteni za pravokutnu mrežu dani su tablici 5.1.

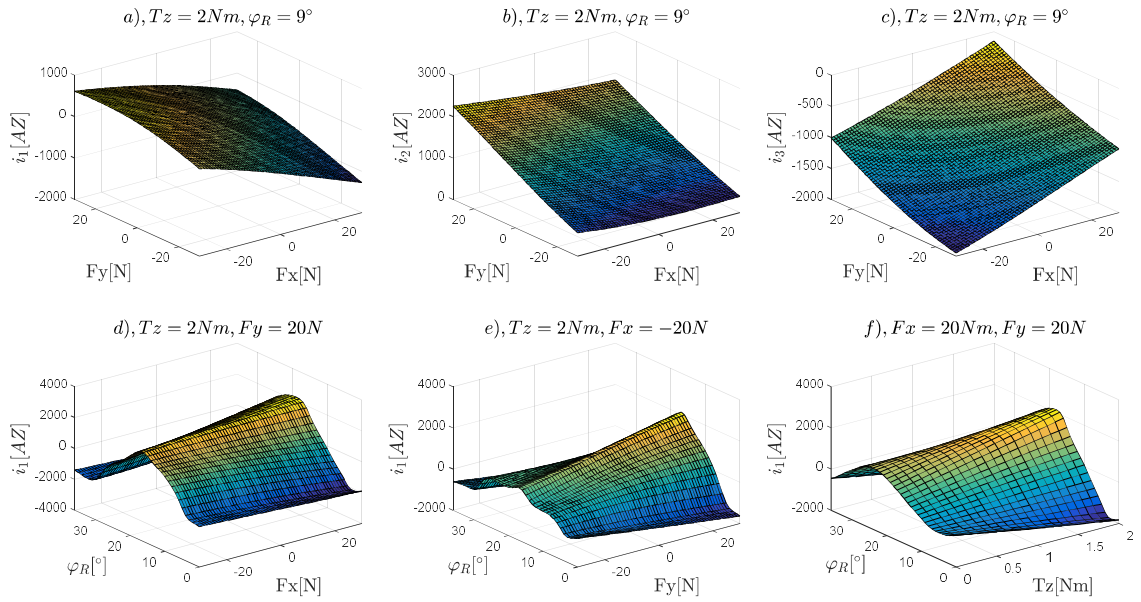
Varijabla	Raspon(granice)	Korak
F_x	od -30N do 30N	1N
F_y	od -30N do 30N	1N
T_z	od 0Nm do 2Nm	0.1Nm

φ_R	od 0° do 36°	1°

Tablica 5.1. Provuktna mreža kojom su definirane diskretne vrijednosti za koje je pronađeno rješenje optimizacijskog problema.

Pošto se nezavisne varijable mogu opisati s ukupno 4 skalara (*Fx, Fy, Tz i* φ_R), slijedi da se radi o 4D problemu, i posljedično broj točaka vrlo brzo raste sa smanjenjem koraka. U slučaju da se koriste rasponi i koraci kao što je dano u tablici 5.1, broj točaka iznosi $61 \cdot 61 \cdot 21 \cdot 37 = 2891217$, što znači da je optimizacijski problem (5.1) potrebno riješiti 2891217 puta, što je i napravljeno.

Pošto rješenje optimizacijskog problema ovisi o 4 nezavisne skalarne varijable, teško je napraviti vizualizaciju dobivenih rješenja u trodimenzionalnom prostoru. Vizualizirati je moguće funkcije ovisne o dvije varijable, te su stoga na slici 5.4 prikazane struje i_1, i_2 i i_3 u ovisnosti o odabrane dvije nezavisne varijable dok se preostale dvije nezavisne varijable drže konstantnima te poprimaju vrijednosti kao što je naznačeno na slici. Rješenja prikazana na slici 5.4 odnose se na numerički dobivena rješenja.



Slika 5.4. Rješenje optimizacijskog problema za slučaj struja i_1, i_2 *i* i_3 kao funkcija dvije nezavisne varijable.

Analiziraju li se slike 5.4a, 5.4b i 5.4c vidljivo je postojanje nelinearnih ovisnosti struja o silama, uz konstantni kut rotora i moment motora. Na slici 5.4d prikazana je struja i_1 kao funkcija kuta rotora i sile u *x*- smjeru, slika 5.4e prikazuje ovisnost struje i_1 o kutu rotora i sile u *y*- smjeru, dok slika 5.4f prikazuje ovisnost struje i_1 o kutu rotora i momenta. Na slikama 5.4d, 5.4e i 5.4f jasno je vidljiva nelinearna ovisnost struja o silama.

5.2 Pojednostavljenje raspрežno/linearizacijskog bloka razvojem inverznog strujnog modela bezležajnog motora u Taylorov red - pojednostavljeni raspрežno/linearizacijski blok u kontinuiranom obliku

U prethodnom poglavlju objašnjen je način na koji je određen inverzni strujni model bezležajnog motora nužan za izgradnju regulacijske strukture bezležajnog motora. Kako je objašnjeno, za određivanje inverznog strujnog modela korištene su numeričke metode. Međutim, diskretni inverzni strujni model u obliku kako je određen u prethodnom poglavlju nije pogodan za implementaciju u digitalni sustav upravljanja bezležajnim motorom. Naime, sustav upravljanja bezležajnog motora potrebno je implementirati na digitalni signalni procesor (ugrađen u modul energetske elektronike) koji ima ograničene resurse u smislu memorijske i računske zahtjevnosti. Teškoća proizlazi iz činjenice što je inverzni strujni model opisan u vrlo velikom broju točaka, te posljedično memorijski resursi ugrađenog digitalnog signalnog procesora nisu dovoljni za direktnu implementaciju prethodno određenog inverznog strujnog modela.

Iz navedenog razloga prethodno određeni inverzni strujni model potrebno je na neki način pojednostaviti, odnosno zapisati ga u obliku da ne postavlja prevelike zahtjeve na digitalni signalni procesor u smislu memorijske i/ili računske zahtjevnosti koje nije moguće izvesti u stvarnom vremenu. Prilikom pojednostavljenja inverznog strujnog modela treba voditi računa o mogućem gubitku točnosti inverznog strujnog modela, odnosno pojednostavljenje se mora provesti na način da točnost dobivenog pojednostavljenog strujnog modela bude dovoljno velika da se omogući rad bezležajnog motora. Općenito govoreći, netočnost strujnog modela uvijek će biti prisutna do određene mjere, međutim, ako greška inverznog strujnog modela nije prevelika, rad bezležajnog motora bit će moguć uslijed "kompenzacijskog" djelovanja regulatora koji će tada biti u stanju kompenzirati utjecaj netočnosti inverznog strujnog modela, a time i omogućiti rad bezležajnog motora.

Pojednostavljenje inverznog strujnog modela je u ovom radu napravljeno njegovim razvojem u Taylorov red. Ideja je razviti funkcijske ovisnosti opisane izrazom (5.2) u Taylorov red, te uzeti samo onoliko članova Taylorovog reda koliko je potrebno da se postigne dovoljno velika točnost inverznog strujnog modela. Pod pojmom *dovoljno velika točnost* smatra se ona točnost inverznog strujnog modela koja je minimalno potrebna da se omogući rad bezležajnog motora.

Pojednostavljenje inverznog strujnog modela napravljeno je razvojem funkcijskih ovisnosti danih izrazom (5.2) u Taylorov red, pri čemu je rastav u Taylorov red napravljen samo po vektorskoj varijabli $\boldsymbol{F}=[\mathrm{Fx\ Fy\ Tz}]^{\mathrm{T}}$, ali ne i po kutu rotora. Odnosno, kut rotora smatra se nezavisnom varijablom. Postoje dva razloga zbog kojih je odlučeno primijeniti navedeni pristup. Prvi razlog leži u činjenici što su "prirode" nelinearnosti po kutu rotora, i po vektoru sila i momenta (F) bitno različite, što se jasno može vidjeti ako se usporede slike 5.4a, 5.4b i 5.4c sa slikama 5.4d, 5.4e i 5.4f. Naime, promotre li se slike 5.4a, 5.4b i 5.4c, gdje je prikazana ovisnost struja o silama, moguće je donijeti zaključak da se struje pri promjeni samo jedne sile mijenjaju po krivuljama koje nalikuju paraboli na odsječku. S druge strane, iz slika 5.4d, 5.4e i 5.4f jasno je vidljivo da se struja pri promjeni kuta rotora mijenja po krivuljama koje sliče sinusoidalnim valnim oblicima. Iz provedenih objašnjenja slijedi zaključak da bi razvijanje struja u Taylorov red i po vektoru F i po kutu rotora dovela do velikog broja članova Taylorovog reda koje je potrebno uzeti u obzir, kako bi se Taylorovim redom uzela u obzir sinusoidalna priroda prisutnih nelinearnosti. Drugi razlog zbog kojeg je odlučeno upotrijebiti navedeni pristup (struje se ne razvijaju u Taylorov red po kutu rotora) proizlazi iz činjenice što se navedeni pristup koristi i u postojećim upravljačkim strukturama [12], i kao takav se pokazao kao dobro rješenje. Naime, postojeće upravljačke strukture mogu se smatrati specijalnim slučajem upravljačke strukture razvijene u ovom radu u slučaju da se napravi razvoj u Taylorov red samo do prvog stupnja. Sama činjenica što se radi razvoj u Taylorov red samo po vektoru $\boldsymbol{F}$, odnosno kut rotora smatra se nezavisnom varijablom, dovest će do pojave koeficijenata Taylorovog reda koji su ovisni o kutu rotora.

Pošto inverzni strujni model (5.2) predstavlja vektorsku funkciju sastavljenu od 6 komponenata (6 skalarnih funkcija), razvoj inverznog strujnog modela u Taylorov red napravljen je po komponentama. Drugim riječima, svaka od komponenti inverznog strujnog modela razvijena je u Taylorov red zasebno [47]. Komponente inverznog strujnog modela razvijene su u Taylorov red u okolini nule ($\boldsymbol{F}=[0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}=\mathbf{0}_{3\times1}$) upotrebom Taylorove formule za slučaj skalarne funkcije više varijabli. Taylorova formula (Taylorov polinom) k-tog stupnja skalarne funkcije *f* od n varijabli u okolini točke **a** glasi [48]:

$$
\begin{aligned}
T(x_1,x_2,...,x_n) = f(a_1,a_2,...,a_n) &+ \sum_{j_1=1}^{n} \frac{\partial f(a_1,a_2,...,a_n)}{\partial x_{j_1}} \left(x_{j_1}-a_{j_1}\right) \\
&+ \frac{1}{2!}\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2=1}^{n} \frac{\partial^2 f(a_1,a_2,...,a_n)}{\partial x_{j_1}\partial x_{j_2}} \left(x_{j_1}-a_{j_1}\right)\left(x_{j_2}-a_{j_2}\right) \\
&+ \frac{1}{3!}\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2=1}^{n}\sum_{j_3=1}^{n} \frac{\partial^3 f(a_1,a_2,...,a_n)}{\partial x_{j_1}\partial x_{j_2}\partial x_{j_3}} \left(x_{j_1}-a_{j_1}\right)\left(x_{j_2}-a_{j_2}\right)\left(x_{j_3}-a_{j_3}\right) \\
&\vdots \\
&+ \frac{1}{k!}\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2=1}^{n}\cdots\sum_{j_k=1}^{n} \frac{\partial^k f(a_1,a_2,...,a_n)}{\partial x_{j_1}\partial x_{j_2}\cdots\partial x_{j_k}} \left(x_{j_1}-a_{j_1}\right)\left(x_{j_2}-a_{j_2}\right)\cdots\left(x_{j_k}-a_{j_k}\right)
\end{aligned} \tag{5.3}
$$

Razvoj i-te struje inverznog strujnog modela (5.2) u Taylorov red u okolini nule do prvog stupnja glasi:

$$
\begin{aligned}
i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, F_x, F_y, T_z\right) = i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, \boldsymbol{F}\right) &\approx i_{i,1}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, \boldsymbol{F}\right) = \nabla i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, \boldsymbol{0}\right)\boldsymbol{F} \\
&= \left[\partial i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, \boldsymbol{0}\right)/\partial F_x \quad \partial i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, \boldsymbol{0}\right)/\partial F_y \quad \partial i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, \boldsymbol{0}\right)/\partial T_z\right]\boldsymbol{F} = \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{m},i}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}\right)\boldsymbol{F},
\end{aligned} \tag{5.4}
$$

gdje je $\nabla i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}}, \boldsymbol{0}\right)$ gradijent i-te struje. Razvije li se svih 6 komponenti (struja) inverznog strujnog modela prema izrazu (5.4) dobit će se inverzni strujni model razvijen u Taylorov red do prvog stupnja i on glasi:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right) \approx \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{1}}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right) &= \left[i_{1,1}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right) \quad i_{2,1}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right) \quad i_{3,1}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right) \quad i_{4,1}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right) \quad i_{5,1}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right) \quad i_{6,1}\left(\varphi_R, \boldsymbol{F}\right)\right]^T \\
&= \left[\boldsymbol{k}_{m,1}\left(\varphi_R\right)^T \quad \boldsymbol{k}_{m,2}\left(\varphi_R\right)^T \quad \boldsymbol{k}_{m,3}\left(\varphi_R\right)^T \quad \boldsymbol{k}_{m,4}\left(\varphi_R\right)^T \quad \boldsymbol{k}_{m,5}\left(\varphi_R\right)^T \quad \boldsymbol{k}_{m,6}\left(\varphi_R\right)^T\right]^T \boldsymbol{F} \\
&= \boldsymbol{K}_m\left(\varphi_R\right)\boldsymbol{F},
\end{aligned} \tag{5.5}
$$

gdje je matrica $\boldsymbol{K}_m\left(\varphi_R\right)$ dimenzija 6×3, pri čemu su elementi matrice ovisni o kutu rotora. Dobivena aproksimacija inverznog strujnog modela u obliku (5.5) je točna za bezležajne motore kod kojih se može smatrati da generirane sile linearno ovise o strujama, što je za većinu bezležajnih motora ispunjeno. Iz navedenog razloga postojeće regulacijske strukture bezležajnih motora koje su temeljene na strujnom modelu koriste inverzni strujni model u obliku (5.5), odnosno za izračun struje koju je potrebno propustiti kroz faze motora a da se postigne željena sila i moment na rotor koriste matricu $\boldsymbol{K}_m\left(\varphi_R\right)$. Matrica $\boldsymbol{K}_m\left(\varphi_R\right)$ u postojećim upravljačkim strukturama ima dvije uloge. Prva je linearizacija sustava po kutu rotora, a druga je rasprezanje radijalnih sila i momenta. Stoga se $\boldsymbol{K}_m\left(\varphi_R\right)$ može nazvati i raspreżno-linearizacijska matrica. Pošto $\boldsymbol{K}_m\left(\varphi_R\right)$ matrica služi za

izračun struja na temelju vektora sila i momenta u literaturi se najčešće spominje pod nazivom *force-current matrix* [12].

Razvoj i-te struje inverznog strujnog modela (5.2) u Taylorov red u okolini nule do drugog stupnja u matričnom zapisu glasi

$$i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}_z\right)=i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}\right)\approx i_{i,2}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}\right)=\nabla i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)\boldsymbol{F}+\left(1/2\right)\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}}\nabla^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)\boldsymbol{F} \tag{5.6}$$

gdje je $\nabla i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)$ gradijent (definiran izrazom (5.4)), dok je $\nabla^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)$ Hessian i-te struje definiran izrazom:

$$\nabla^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial F_x^2} & \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial F_x\partial F_y} & \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial F_x\partial T_z}\\ \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial F_y\partial F_x} & \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial F_y^2} & \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial F_y\partial T_z}\\ \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial T_z\partial F_x} & \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial T_z\partial F_y} & \dfrac{\partial^2 i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{0}\right)}{\partial T_z^2}\end{bmatrix}. \tag{5.7}$$

Zapiše li se izraz (5.6) u skalarnom zapisu, dobije se funkcija oblika

$$\begin{aligned} i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}\right)\approx i_{i,2}\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}\right)=&\,k_{1,i}\left(\varphi_R\right)F_x+k_{2,i}\left(\varphi_R\right)F_y+k_{3,i}\left(\varphi_R\right)T_z\\ &+k_{4,i}\left(\varphi_R\right)F_x^2+k_{5,i}\left(\varphi_R\right)F_y^2+k_{6,i}\left(\varphi_R\right)T_z^2\\ &+k_{7,i}\left(\varphi_R\right)F_xF_y+k_{8,i}\left(\varphi_R\right)F_yT_z+k_{9,i}\left(\varphi_R\right)F_xT_z. \end{aligned} \tag{5.8}$$

Grupiraju li se linearni, kvadratni i kombinirani članovi, tada se izraz (5.8) može zapisati u kompaktnijem matričnom zapisu:

$$i_i\left(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}\right)\approx \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{L},i}\left(\varphi_R\right)\begin{bmatrix}F_x\\F_y\\T_z\end{bmatrix}+\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{Q},i}\left(\varphi_R\right)\begin{bmatrix}F_x^2\\F_y^2\\T_z^2\end{bmatrix}+\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{M},i}\left(\varphi_R\right)\begin{bmatrix}F_xF_y\\F_yT_z\\F_xT_z\end{bmatrix}. \tag{5.9}$$

Razvije li se svih 6 struja u Taylorov red prema izrazu (5.6) dobije se cjelokupni inverzni strujni model razvijen u Taylorov red do drugog stupnja:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}}\left(\varphi_R,\boldsymbol{F}\right)\approx \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s,2}}\left(\varphi_R,\boldsymbol{F}\right)=&\begin{bmatrix}i_{1,2}\left(\varphi_R,\boldsymbol{F}\right) & i_{2,2}\left(\varphi_R,\boldsymbol{F}\right) & \cdots & i_{6,2}\left(\varphi_R,\boldsymbol{F}\right)\end{bmatrix}^T\\ =&\begin{bmatrix}\boldsymbol{k}_{L,1}\left(\varphi_R\right)^T & \boldsymbol{k}_{L,2}\left(\varphi_R\right)^T & \cdots & \boldsymbol{k}_{L,6}\left(\varphi_R\right)^T\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}F_x & F_y & T_z\end{bmatrix}^T\\ &+\begin{bmatrix}\boldsymbol{k}_{Q,1}\left(\varphi_R\right)^T & \boldsymbol{k}_{Q,2}\left(\varphi_R\right)^T & \cdots & \boldsymbol{k}_{Q,6}\left(\varphi_R\right)^T\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}F_x^2 & F_y^2 & T_z^2\end{bmatrix}^T\\ &+\begin{bmatrix}\boldsymbol{k}_{M,1}\left(\varphi_R\right)^T & \boldsymbol{k}_{M,2}\left(\varphi_R\right)^T & \cdots & \boldsymbol{k}_{M,6}\left(\varphi_R\right)^T\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}F_xF_y & F_yT_z & F_xT_z\end{bmatrix}^T\\ =&\,\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{L}}\left(\varphi_R\right)\begin{bmatrix}F_x\\F_y\\T_z\end{bmatrix}+\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{Q}}\left(\varphi_R\right)\begin{bmatrix}F_x^2\\F_y^2\\T_z^2\end{bmatrix}+\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{M}}\left(\varphi_R\right)\begin{bmatrix}F_xF_y\\F_yT_z\\F_xT_z\end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{5.10}$$

gdje su vektori reci $\boldsymbol{k}_{L,x}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{k}_{Q,x}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{k}_{M,x}(\varphi_R)$ definirani izrazima (5.8) i (5.9) te imaju dimenzije 1×3. U skladu s izrazom (5.10) slijedi da se aproksimacija inverznog strujnog modela razvojem u Taylorov red do drugog stupnja može opisati s tri standardne $\boldsymbol{K}_m(\varphi_R)$ matrice. Svakom od redaka matrica $\boldsymbol{K}_L(\varphi_R)$, $\boldsymbol{K}_Q(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{K}_M(\varphi_R)$ pridružena je struja jedne od faza, pri čemu se matrica $\boldsymbol{K}_L(\varphi_R)$ odnosi na linearne, matrica $\boldsymbol{K}_Q(\varphi_R)$ na kvadratne, i matrica $\boldsymbol{K}_M(\varphi_R)$ na kombinirane članove Taylorov reda.

Korištenjem Taylorove formule (5.3) stupanj Taylorovog polinoma moguće je povećavati sve dok se ne postigne zadovoljavajuća točnost inverznog strujnog modela. Matrični zapis Taylorovog polinoma stupnja većeg od 2 više nije moguć, odnosno za kompaktni zapis potrebno je korištenje tenzora [49]. Stoga, u ovom radu, dan je samo oblik Taylorovog polinoma za slučaj razvoja i-te struje u Taylorov red do trećeg stupnja i to u skalarnom zapisu. Primjeni li se Taylorova formula (5.3) za razvoj i-te struje inverznog strujnog modela u Taylorov red do trećeg stupnja dobit će se funkcija oblika:

$$\begin{aligned} i_i(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}) \approx i_{i,3}(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}) = {} & k_{1,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}} + k_{2,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{y}} + k_{3,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)T_z \\ & + k_{4,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}}^2 + k_{5,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{y}}^2 + k_{6,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)T_z^2 \\ & + k_{7,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}}F_{\boldsymbol{y}} + k_{8,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{y}}T_z + k_{9,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}}T_z \\ & + k_{10,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}}^3 + k_{11,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{y}}^3 + k_{12,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)T_z^3 \\ & + k_{13,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}}^2F_{\boldsymbol{y}} + k_{14,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{y}}^2T_z + k_{15,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)T_z^2F_{\boldsymbol{x}} \\ & + k_{16,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}}^2T_z + k_{17,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{y}}^2F_{\boldsymbol{x}} + k_{18,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)T_z^2F_{\boldsymbol{y}} \\ & + k_{19,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_{\boldsymbol{x}}F_{\boldsymbol{y}}T_z. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Zapiše li se dobiveni izraz u kompaktnijem obliku dobije se:

$$\begin{aligned} i_{i,3}(\varphi_{\boldsymbol{R}},\boldsymbol{F}) = {} & \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{L},i}(\varphi_R)\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{bmatrix} + \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{Q},i}(\varphi_R)\begin{bmatrix} F_x^2 \\ F_y^2 \\ T_z^2 \end{bmatrix} + \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{M},i}(\varphi_R)\begin{bmatrix} F_xF_y \\ F_yT_z \\ F_xT_z \end{bmatrix} \\ & + \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{q},i}(\varphi_R)\begin{bmatrix} F_x^3 \\ F_y^3 \\ T_z^3 \end{bmatrix} + \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{QL},i}(\varphi_R)\begin{bmatrix} F_x^2F_y \\ F_y^2T_z \\ T_z^2F_x \end{bmatrix} + \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{LQ},i}(\varphi_R)\begin{bmatrix} T_zF_x^2 \\ F_xF_y^2 \\ F_yT_z^2 \end{bmatrix} + k_{19,\boldsymbol{i}}(\varphi_R)F_xF_yT_z. \end{aligned} \tag{5.12}$$

gdje su vektori reci $\boldsymbol{k}_{L,i}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{k}_{Q,i}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{k}_{M,i}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{k}_{q,i}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{k}_{QL,i}(\varphi_R)$ i $\boldsymbol{k}_{LQ,i}(\varphi_R)$ definirani izrazima (5.11) i (5.12). Analogno kao što je napravljeno u slučaju rastava inverznog strujnog

modela u Taylorov red do drugog stupnja, inverzni strujni model razvijen u Taylorov red do trećeg stupnja također je moguće prikazati u smislu standardnih $\boldsymbol{K}_m(\varphi_R)$ matrica, i on glasi:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{i}_s(\varphi_R,\boldsymbol{F}) &\approx \boldsymbol{i}_{s,3}(\varphi_R,\boldsymbol{F}) = \left[\, i_{1,3}(\varphi_R,\boldsymbol{F}) \quad i_{2,3}(\varphi_R,\boldsymbol{F}) \quad i_{3,3}(\varphi_R,\boldsymbol{F}) \quad i_{4,3}(\varphi_R,\boldsymbol{F}) \quad i_{5,3}(\varphi_R,\boldsymbol{F}) \quad i_{6,3}(\varphi_R,\boldsymbol{F}) \,\right] \\ &= \boldsymbol{K}_L(\varphi_R)\begin{bmatrix}F_x\\F_y\\T_z\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_Q(\varphi_R)\begin{bmatrix}F_x^2\\F_y^2\\T_z^2\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_M(\varphi_R)\begin{bmatrix}F_xF_y\\F_yT_z\\F_xT_z\end{bmatrix} \\ &+ \boldsymbol{K}_q(\varphi_R)\begin{bmatrix}F_x^3\\F_y^3\\T_z^3\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_{QL}(\varphi_R)\begin{bmatrix}F_x^2F_y\\F_y^2T_z\\T_z^2F_x\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_{LQ}(\varphi_R)\begin{bmatrix}T_zF_x^2\\F_xF_y^2\\F_yT_z^2\end{bmatrix} + k_{19,i}(\varphi_R)F_xF_yT_z. \end{aligned} \tag{5.13}$$

Izrazima (5.5), (5.10) i (5.13) dan je rastav inverznog strujnog modela u Taylorov red do prvog, drugog, odnosno trećeg stupnja. Kao što je već spomenuto, rastav inverznog strujnog modela u Taylorov red samo po vektoru $\boldsymbol{F}$ (ne i po kutu rotora) doveo je do pojave koeficijenata Taylorovog reda (u izrazima (5.5), (5.10) i (5.13)) koji su ovisni o kutu rotora.

Koeficijenti Taylorovog reda u izrazima (5.5), (5.10) i (5.13) mogli bi se dobiti određivanjem parcijalnih derivacija inverznog strujnog modela, korištenjem izraza (5.3). Međutim, određivanje parcijalnih derivacija zahtjeva poznavanje inverznog strujnog modela u analitičkom obliku. Pošto inverzni strujni model nije poznat u analitičkom obliku, koeficijente Taylorovog reda nije moguće odrediti određivanjem parcijalnih derivacija analitičkim putem. Iz navedenog razloga, nepoznati koeficijenti Taylorovog reda izračunati su numeričkim putem. Naime, pošto je inverzni strujni model određen u diskretnom obliku, nepoznate koeficijente Taylorovog reda u izrazima (5.5), (5.10) i (5.13) moguće je odrediti upotrebom metode najmanjih kvadrata, što je i napravljeno u ovom radu.

Rješenje optimizacijskog problema (5.1) poznato je u diskretnom obliku (po točkama), te se stoga može zapisati u obliku

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_1 = \{F_{x_1}, F_{y_1}, T_{z_1}\} &\rightarrow \boldsymbol{i}_{s_1} = \{i_{1_1}(\varphi_R), i_{2_1}(\varphi_R), ..., i_{6_1}(\varphi_R)\}; \\ \boldsymbol{F}_2 = \{F_{x_2}, F_{y_2}, T_{z_2}\} &\rightarrow \boldsymbol{i}_{s_2} = \{i_{1_2}(\varphi_R), i_{2_2}(\varphi_R), ..., i_{6_2}(\varphi_R)\}; \\ &\vdots \\ \boldsymbol{F}_L = \{F_{x_L}, F_{y_L}, T_{z_L}\} &\rightarrow \boldsymbol{i}_{s_L} = \{i_{1_L}(\varphi_R), i_{2_L}(\varphi_R), ..., i_{6_L}(\varphi_R)\}, \end{aligned} \tag{5.14}$$

gdje je L ukupni broj točaka za koje je pronađeno rješenje optimizacijskog problema (5.1) za zadani kut rotora. Vektori F_1,F_2, … ,F_L predstavljaju točke za koje je optimizacijski problem riješen, čime se dobiju vektori $\boldsymbol{i}_{s_1}, \boldsymbol{i}_{s_2}, \ldots, \boldsymbol{i}_{s_L}$ kao pripadna rješenja optimizacijskog problema. Ako se na temelju izraza (5.4) i (5.14) definira matrica:

$$\boldsymbol{X}_1 = \begin{bmatrix} F_{x_1} & F_{y_1} & T_{z_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{x_L} & F_{y_L} & T_{z_L} \end{bmatrix}, \tag{5.15}$$

tada se koeficijenti Taylorovog polinoma prvog stupnja za slučaj i-te struje mogu odrediti prema izrazu:

$$\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{m},i}(\varphi_{\boldsymbol{R}})^{\boldsymbol{T}} = \left(\boldsymbol{X}_1^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}_1\right)^{-1}\boldsymbol{X}_1^{\boldsymbol{T}}\left[i_{i_1}(\varphi_R) \quad i_{i_2}(\varphi_R) \quad \cdots \quad i_{i_L}(\varphi_R)\right]^{\boldsymbol{T}}. \tag{5.16}$$

Analogno, ako se na temelju izraza (5.8) i (5.14) definira matrica

$$\boldsymbol{X}_2 = \begin{bmatrix} F_{x_1} & F_{y_1} & T_{z_1} & F_{x_1}^2 & F_{y_1}^2 & T_{z_1}^2 & F_{x_1}F_{y_1} & F_{y_1}T_{z_1} & F_{x_1}T_{z_1} \\ F_{x_2} & F_{y_2} & T_{z_2} & F_{x_2}^2 & F_{y_2}^2 & T_{z_2}^2 & F_{x_2}F_{y_2} & F_{y_2}T_{z_2} & F_{x_2}T_{z_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{x_L} & F_{y_L} & T_{z_L} & F_{x_L}^2 & F_{y_L}^2 & T_{z_L}^2 & F_{x_L}F_{y_L} & F_{y_L}T_{z_L} & F_{x_L}T_{z_L} \end{bmatrix}, \tag{5.17}$$

slijedi da su koeficijenti Taylorovog polinoma drugog stupnja za slučaj *i*-te struje:

$$\left[\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{L},i}(\varphi_R) \quad \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{Q},i}(\varphi_R) \quad \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{M},i}(\varphi_R)\right]^{\boldsymbol{T}} = \left(\boldsymbol{X}_2^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}_2\right)^{-1}\boldsymbol{X}_2^{\boldsymbol{T}}\left[i_{i_1}(\varphi_R) \quad i_{i_2}(\varphi_R) \quad \cdots \quad i_{i_L}(\varphi_R)\right]^{\boldsymbol{T}}. \tag{5.18}$$

Konačno, iz izraza (5.12) i (5.14) slijedi matrica:

$$X_3 = \left[X_{3_a} \quad X_{3_b}\right], \tag{5.19}$$

gdje su matrice X_{3_a} i X_{3_b} definirane na sljedeći način:

$$\boldsymbol{X}_{3_a} = \begin{bmatrix} F_{x_1} & F_{y_1} & T_{z_1} & F_{x_1}^2 & F_{y_1}^2 & T_{z_1}^2 & F_{x_1}F_{y_1} & F_{y_1}T_{z_1} & F_{x_1}T_{z_1} \\ F_{x_2} & F_{y_2} & T_{z_2} & F_{x_2}^2 & F_{y_2}^2 & T_{z_2}^2 & F_{x_2}F_{y_2} & F_{y_2}T_{z_2} & F_{x_2}T_{z_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{x_L} & F_{y_L} & T_{z_L} & F_{x_L}^2 & F_{y_L}^2 & T_{z_L}^2 & F_{x_L}F_{y_L} & F_{y_L}T_{z_L} & F_{x_L}T_{z_L} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X}_{3_b} = \begin{bmatrix} F_{x_1}^3 & F_{y_1}^3 & T_{z_1}^3 & F_{x_1}^2F_{y_1} & F_{y_1}^2T_{z_1} & T_{z_1}^2F_{x_1} & F_{x_1}^2T_{z_1} & F_{y_1}^2F_{x_1} & T_{z_1}^2F_{y_1} & F_{x_1}F_{y_1}T_{z_1} \\ F_{x_2}^3 & F_{y_2}^3 & T_{z_2}^3 & F_{x_2}^2F_{y_2} & F_{y_2}^2T_{z_2} & T_{z_2}^2F_{x_2} & F_{x_2}^2T_{z_2} & F_{y_2}^2F_{x_2} & T_{z_2}^2F_{y_2} & F_{x_2}F_{y_2}T_{z_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{x_L}^3 & F_{y_L}^3 & T_{z_L}^3 & F_{x_L}^2F_{y_L} & F_{y_L}^2T_{z_L} & T_{z_L}^2F_{x_L} & F_{y_L}^2F_{x_L} & F_{y_L}^2F_{x_L} & T_{z_L}^2F_{y_L} & F_{x_L}F_{y_L}T_{z_L} \end{bmatrix}. \tag{5.20}$$

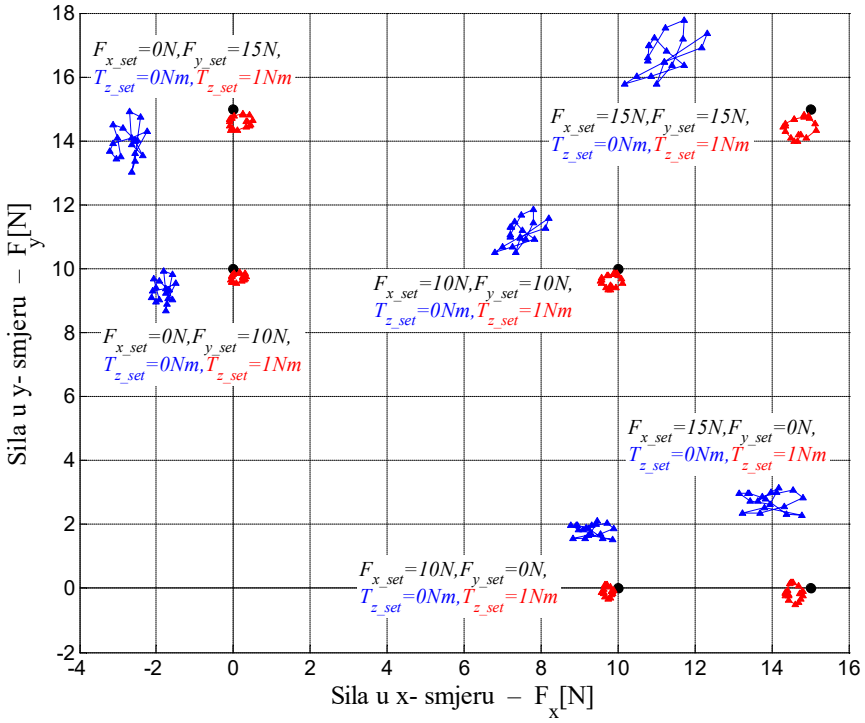
Pomoću matrice $\boldsymbol{X}_3$ mogu se odrediti koeficijenti Taylorovog polinoma trećeg stupnja za slučaj i-te struje prema izrazu:

$$\begin{aligned} &\left[\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{L},i}(\varphi_R) \quad \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{Q},i}(\varphi_R) \quad \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{M},i}(\varphi_R) \quad \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{q},i}(\varphi_R) \quad \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{QL},i}(\varphi_R) \quad \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{LQ},i}(\varphi_R) \quad k_{19,i}(\varphi_R)\right]^{\boldsymbol{T}} \\ &\qquad = \left(\boldsymbol{X}_3^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}_3\right)^{-1}\boldsymbol{X}_3^{\boldsymbol{T}}\left[i_{i_1}(\varphi_{\boldsymbol{R}}) \quad i_{i_2}(\varphi_{\boldsymbol{R}}) \quad \cdots \quad i_{i_L}(\varphi_{\boldsymbol{R}})\right]^{\boldsymbol{T}}. \end{aligned} \tag{5.21}$$

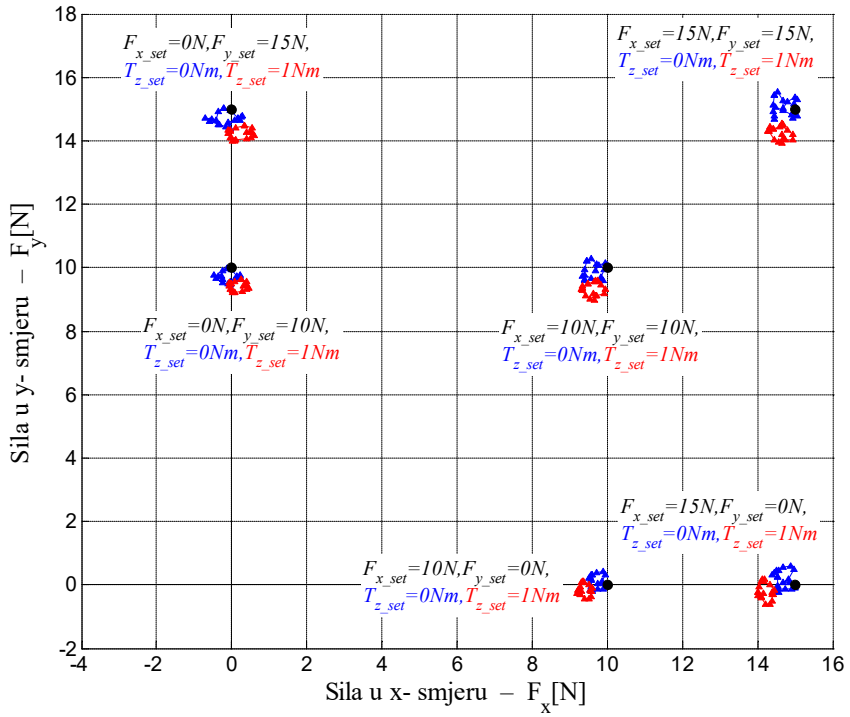
Primjenom izraza (5.16), (5.18) i (5.21) na svih 6 struja određuju se aproksimacije cjelokupnog inverznog strujnog modela rastavljenog u Taylorov red do prvog (izraz (5.5)), drugog (izraz (5.10)), i trećeg stupnja (izraz (5.13)).

U svrhu vizualne provjere točnosti uvedenih aproksimacija inverznog strujnog modela u obliku njegova rastava u Taylorov red, napravljene su simulacije u simulacijskom programskom paketu, i rezultati simulacija prikazani su na slikama 5.5, 5.6 i 5.7. Provjera točnosti provodi se u otvorenoj petlji, i podrazumijeva usporedbu zadanih i ostvarenih radijalnih sila na rotor. Ulazi inverznog strujnog modela (Fx_set, Fy_set, Tz_set na slici 5.1) predstavljaju signale zadanih (željenih) vrijednosti sila i momenta, dok izlazi iz strujnog modela (Fx, Fy, Tz na slici 5.1) predstavljaju ostvarene (generirane) vrijednosti sila i momenta. Kako je prethodno već objašnjeno, u idealnom slučaju zadane i ostvarene radijalne sile i moment trebaju biti jednaki po svim kutovima rotora. Uslijed uvedene aproksimacije inverznog strujnog modela u obliku njegova rastava u Taylorov red doći će do određenog odstupanja između zadanih i ostvarenih sila i momenta na rotor. Odabrane vrijednosti zadanih sila i momenta navedene su na slikama 5.5, 5.6 i 5.7, njihove pozicije na grafovima označene su crnim popunjenim kružićima, te kako je vidljivo odabrano je ukupno 12 različitih kombinacija (svakoj točci pripadaju dvije vrijednosti momenta, 0Nm i 1Nm). Sile koje su ostvarene na rotor prikazane su plavim (za slučaj momenta od 0Nm), odnosno crvenim (za slučaj momenta od 1Nm) krivuljama (orbitama). Za svaku zadanu kombinaciju radijalnih sila i momenta simulirana je ovisnost ostvarenih sila i momenta o kutu rotora, pri čemu je kut rotora mijenjan s rezolucijom od 2 mehanička stupnja za jedan puni električki okret.

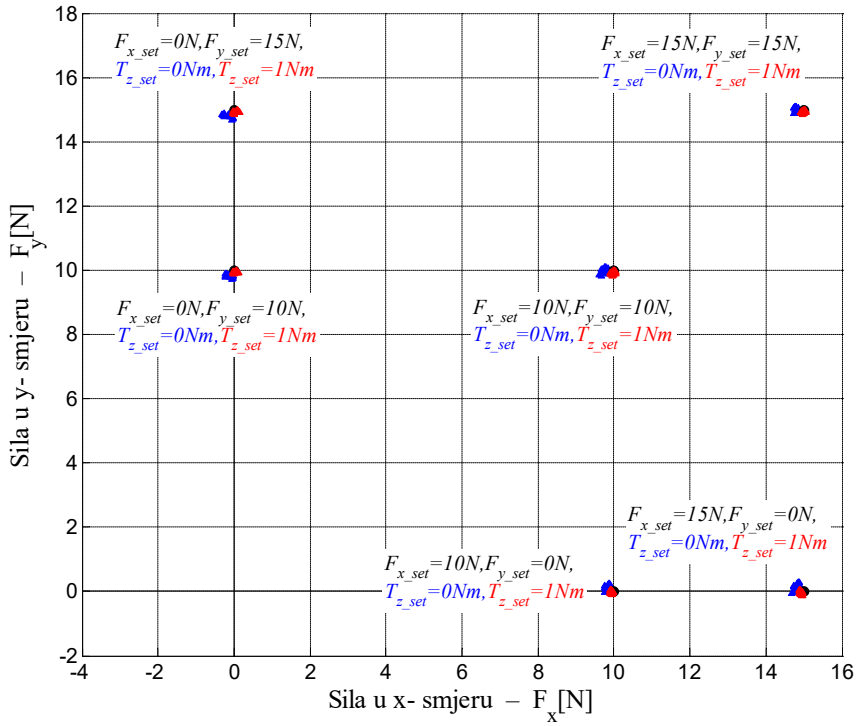
Promotri li se slika 5.5 na kojoj su prikazani rezultati simulacija za slučaj korištenja aproksimacije inverznog strujnog modela u obliku Taylorovog reda prvog stupnja, vidljivo je primjetno odstupanje zadanih i ostvarenih sila, kao i postojanje primjetne ovisnosti ostvarenih sila o kutu rotora pri konstantnim zadanim silama. Najveće odstupanje između zadanih i ostvarenih sila pojavljuje se u slučaju kada vektor zadanih sila i momenta poprima vrijednosti [Fx_set, Fy_set, Tz_set]=[15, 15, 0] pri kutu rotora od 26° meh. kada ostvarene sile iznose [Fx, Fy]=[10.2, 15.8 - 0.02], što znači da u slučaju Taylorovog reda prvog stupnja maksimalno odstupanje zadanih i ostvarenih sila iznosi oko 5N po apsolutnoj vrijednosti.



Slika 5.5. Rezultati simulacija ostvarenih (Fx, Fy) i zadanih (Fx_set, Fy_set) radijalnih sila na rotor pri promjeni kuta rotora za jedan puni električki okret za slučaj korištenja inverznog strujnog modela razvijenog u Taylorov red do prvog stupnja.



Slika 5.6. Rezultati simulacija ostvarenih (Fx, Fy) i zadanih (Fx_set, Fy_set) radijalnih sila na rotor pri promjeni kuta rotora za jedan puni električki okret za slučaj korištenja inverznog strujnog modela razvijenog u Taylorov red do drugog stupnja.



Slika 5.7. Rezultati simulacija ostvarenih (Fx, Fy) i zadanih (Fx_set, Fy_set) radijalnih sila na rotor pri promjeni kuta rotora za jedan puni električki okret za slučaj korištenja inverznog strujnog modela razvijenog u Taylorov red do trećeg stupnja.

Na slici 5.6 prikazani su rezultati simulacija za slučaj korištenja aproksimacije inverznog strujnog modela u obliku Taylorovog reda drugog stupnja. U slučaju prikazanom na slici 5.6 odstupanje između zadanih i ostvarenih sila pojavljuje se u slučaju kada vektor zadanih sila i momenta poprima vrijednosti [Fx_set, Fy_set, Tz_set]=[15, 15, 1] pri kutu rotora od 24° mehaničkih, kada ostvarene sile iznose [Fx, Fy]=[14.56, 13.96 0.99], što znači da u slučaju Taylorovog reda drugog stupnja maksimalno odstupanje zadanih i ostvarenih sila iznosi oko 1.13 N po apsolutnoj vrijednosti.

Rezultati simulacija za slučaj korištenja aproksimacije inverznog strujnog modela u obliku Taylorovog reda trećeg stupnja prikazani su na slici 5.7 i, kao što je vidljivo, upotreba inverznog strujnog modela trećeg reda dovodi do rezultata koji su blizu idealnih, pošto maksimalno odstupanje ostvarenih i zadanih sila iznosi svega 0.4N, pri čemu je ovisnost ostvarenih sila o kutu rotora pri konstantnim zadanim silama i momentu zanemarivo mala.

Usporede li se slike 5.5, 5.6 i 5.7 jasno je vidljivo da povećanje stupnja Taylorovog reda povećava točnost aproksimacije inverznog strujnog modela, odnosno dovodi do konvergencije ostvarenih sila ka zadanim silama, što potvrđuje ispravnost navedenog pristupa. Analiziranjem slika 5.5, 5.6 i 5.7 može se primjetiti da je učinak povećanja stupnja Taylorovog reda u smislu

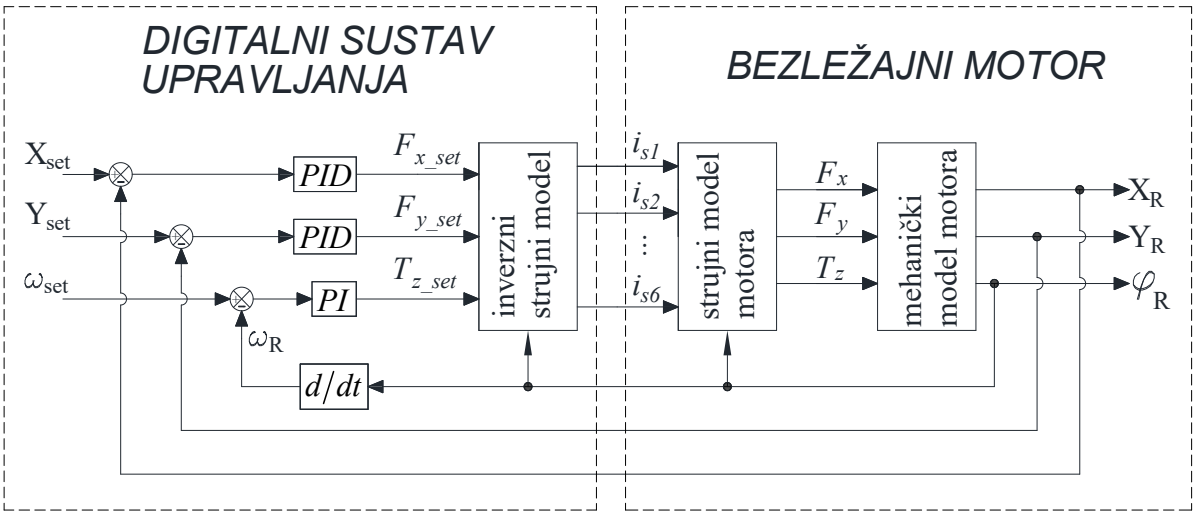
povećanja točnosti aproksimacije najizraženiji pri povećanju stupnja Taylorovog reda s prvog na drugi. Povećanje stupnja Taylorovog reda s drugog na treći dodatno povećava točnost inverznog strujnog modela, ali uz cijenu vrlo velikog povećanja računskih i memorijskih zahtjeva koji se postavljaju na digitalni sustav upravljanja (usporediti izraze (5.10) i (5.13)). Promotri li se slika 5.7, moguće je zaključiti da povećanjem stupnja Taylorovog reda iznad trećeg neće više bitno doprinijeti povećanju točnosti aproksimacije uslijed činjenice što je aproksimacija trećeg stupnja prilično točna, i za očekivati je da će eventualne netočnosti regulatori biti u stanju kompenzirati.

5.3 Izrada simulacijskog modela i regulacijske strukture BFSS 12/10 motora

U svrhu provjere predložene regulacijske strukture izrađena je simulacijska shema reguliranog BFSS 12/10 motora u simulacijskom programskom paketu. Načelni pojednostavljeni blokovski prikaz bezležajnog motora zajedno s pripadnom regulacijskom strukturom prikazan je na slici 5.8. Simulacijska struktura u obliku kako je prikazana na slici 5.8 implementirana je u simulacijskom programskom paketu.

Pošto varijable koje se reguliraju (radijalni položaj i moment/brzina) ovise o strujama, a ne o naponima, prirodno se nameće korištenje pretvarača sa utisnutim strujama, kao što je prikazano na slici 5.8. Međutim, u praksi se uglavnom koriste pretvarači s utisnutim naponom. Ali, kao što je već ranije spomenuto u uvodnom dijelu ovog rada, koristi li se pretvarač s utisnutim naponom u kombinaciji s brzim unutarnjim regulacijskim krugovima po strujama (kaskadna regulacijska struktura), te uz pretpostavku da su mehaničke prijelazne pojave puno sporije od električnih prijelaznih pojava [12], tada je moguće ostvariti ponašanje sustava koje je blisko ponašanju sustava u slučaju korištenja pretvarača s utisnutom strujom, odnosno može se približno opisati blokovskom shemom koja je prikazana na slici 5.8.

U ovom potpoglavlju (5.3) opisana je implementacija simulacijske sheme bezležajnog motora s pripadnom regulacijskom strukturom u simulacijskom programskom paketu. Nakon opisa simulacijske strukture dani su rezultati simulacija.



Slika 5.8. Pojednostavljeni blokovski prikaz cjeline koju sačinjava bezležajni motor i njegova regulacijska struktura. Model motora, a posljedično i regulacijska struktura temeljeni su na strujnom modelu.

5.3.1 Strujni model i inverzni strujni model BFSS 12/10 motora

Strujni i inverzni strujni model predstavljaju podsustave koji su sastavni dio cjeline (sustava) koju sačinjava bezležajni motor s pripadajućom nelinearnom regulacijskom strukturom. Iz izvoda i objašnjenja strujnog i inverznog strujnog modela danih u poglavlju 4 i u potpoglavljima 5.1 i 5.2, može se primjetiti da su strujni i inverzni strujni model zapravo opisani s funkcijskim ovisnostima, odnosno mogu se svrstati u bez memorijske sustave. Iz navedenog slijedi da je strujni i inverzni strujni model najjednostavnije implementirati u obliku funkcija, što je i napravljeno.

Strujni model implementiran je u kontinuiranom obliku u vidu simulacijske funkcije funkciju naziva "*FromCurrentsRotorAngle2ForcesTorqueContinuousModel(*)"* čiji kod je dan u prilogu A2. Simulacijska funkcija kojom je implementiran strujni model temeljen je na strujnom modelu čiji je detaljni izvod i opis zajedno s pripadnim rezultatima FEM simulacija i eksperimentalnom verifikacijom dan u poglavlju 4. Pošto je strujni model koji je izveden u poglavlju 4 diskretan po varijabli kuta rotora, za potrebu provedbe simulacija izrađen je i kontinuirani strujni model. Prijelaz sa diskretnog u kontinuirani strujni model moguće je napraviti na više načina, a tipični izbori mogu biti rastav koeficijenata strujnog modela u Fourierov red po kutu rotora ili pak korištenje po dijelovima linearne interpolacije po kutu rotora.

U ovom radu korišten je rastav koeficijenata strujnog modela u Fourierove redove do 6 stupnja (prvih 6 članova Fouirerovog reda). Simulacijski kod kojim je iz diskretnog strujnog modela određen kontinuirani strujni model dan je u prilogu A2. Za određivanje kontinuiranog

strujnog modela korištene su dvije simulacijske skripte, skripta naziva "*FromDiscrete2Continuous_ For_PMPlusPMminus*" korištena je za rastav koeficijenata strujnog modela prve i druge faze u Fourierov red, dok je skripta naziva "*FxFyTz_FourierSeriesCoeff_i1_to_i12*" korištena za određivanje Fourierovih koeficijenata strujnog modela preostalih 10 faza motora[17] primjenom prethodno objašnjenih transformacija[18] na Fourierove koeficijente prve i druge faze (zavojnice). Pokretanjem navedenih dviju skripti generira se datoteka naziva "'FxFyTz_Fourier_1to12'.mat" koju tada koristi funkcija "*FromCurrentsRotorAngle2ForcesTorqueContinuousModel(*)"* za izračun generiranih sila i momenta.

Inverzni strujni model implementiran je u simulacijsku funkciju naziva "*ForceAng2CurrPS xorder_LinAproxSixCurDoubleStarREV2(*)*" čiji kod je dan u prilogu D. Koeficijenti Taylorovog reda koje koristi funkcija kojom je implementiran inverzni strujni model izračunavaju se u skriptama "*SolveFmincon_SixCurrentsDoubleStarConnectionREV2*", "*LeastSqureFromForcesTo CurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2*", te ih je potrebno pokrenuti prije korištenja funkcije inverznog strujnog modela u simulacijskom programu kako bi se generirale potrebne datoteke nužne za izvođenje simulacije. Skripte su napravljene u skladu s objašnjenjima danim u podpoglavljima 5.1 i 5.2, te izračunavaju inverzni strujni model i njegovu aproksimaciju u diskretnom obliku po kutu rotora. Skripta "*LeastSqureFromForcesTo CurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2*" omogućava razvoj inverznog strujnog modela u Taylorov red do proizvoljnog stupnja, te je prije pokretanja skripte potrebno odabrati željeni stupanj.

Pošto je za dinamičku simulaciju potrebno imati inverzni strujni model u kontinuiranom obliku (kontinuiran po svim varijablama), prijelaz sa diskretnog na kontinuirani inverzni strujni model napravljen je u samoj funkciji "*ForceAng2CurrPSxorder_LinAproxSixCur DoubleStarREV2(*)*" korištenjem po dijelovima linearne interpolacije. Prije pokretanja simulacije u kod funkcije potrebno je unijeti željeni stupanj Taylorovog reda.

[17] U vrijeme kada je strujni model BFSS 12/10 motora s kombiniranim sustavom namota izrađivan nije još bilo poznato/određeno koliko faza BFSS 12/10 motora će se koristiti, te je strujni model napravljen za svih 12 faza (zavojnica) motora.

[18] Transformacije kojom se radijalne sile, moment i kut rotora transformiraju iz relativnih koord. sustava faza u koord. sustav statora (prve faze).

5.3.2 Mehanički podsustav BFSS 12/10 motora

Za potrebu provedbe dinamičke simulacije potrebno je napisati dinamičke jednadžbe koje opisuju gibanje rotora. Općenito govoreći, rotor predstavlja 3D kruto tijelo, te, kao što je objašnjeno, može se gibati u 6 stupnjeva slobode gibanja, pri čemu na gibanje rotora imaju utjecaj vanjske radijalne sile, vanjski moment oko aksijalne osi (npr. moment tereta), generirane radijalne sile, generirani moment oko aksijalne osi (moment motora), pasivna stabilizirajuća sila (u aksijalnom smjeru), destabilizirajuće pasivne sile (u radijalnim smjerovima) i stabilizirajući momenti (oko radijalnih osi). Budući da je naglasak u ovom radu na bezležajnim motorima s rotorom u obliku diska, pri čemu je pretpostavljeno da postoje samo sile u radijalnim smjerovima i moment oko aksijalne osi, gibanje rotora bit će ograničeno isključivo na ravninu motora. Drugim riječima, pretpostavka nepostojanja sila i momenata koji imaju tendenciju da otklone (translacijski i/ili kutno) rotor iz ravnine motora dovest će do gibanja rotora na način da je on uvijek poravnat s ravninom motora, odnosno, njegovo gibanje bit će ograničeno na radijalne pomake te rotaciju oko aksijalne osi. U skladu s navedenim pretpostavkama slijedi da se gibanje rotora može opisati s jednadžbama gibanja koje vrijede za ravninsko (planarno)[19] gibanje krutog tijela (diska).

Ravninsko gibanje krutog tijela može se opisati s tri međusobno raspregnute skalarne diferencijalne jednadžbe [50], [51]

$$m\ddot{x}_c = F_x, \quad m\ddot{y}_c = F_y, \quad J\ddot{\varphi} = T, \tag{5.22}$$

gdje je m masa krutog dijela, J moment inercije krutog tijela oko centra mase, $\ddot{x}_c$, $\ddot{y}_c$ su akceleracije centra mase krutog tijela u x- odnosno y- smjeru, $\ddot{\varphi}$ je kutno ubrzanje krutog tijela oko centra mase, F_x i F_y su ukupne (vanjske) sile koje djeluju na kruto tijelo u x- odnosno y- smjeru, dok je T ukupni moment koji djeluje na kruto tijelo oko osi rotacije.

Primjena izraza (5.22) na slučaj gibanja rotora bezležajnog motora zahtjeva određivanje ovisnosti vanjskih sila i momenta (Fx, Fy i M u izrazu (5.22)) o položaju rotora i o strujama motora. Ovisnost generiranih radijalnih sila i momenta o strujama detaljno je raspravljena u poglavlju 4, te je za opis gibanja rotora potrebno još odrediti ovisnost destabilizirajućih radijalnih sila o položaju rotora.

[19] gibanje diska kod kojeg je disk uvijek paralelan na nepomičnu ravninu, odnosno, os rotacije diska je nepomična

Za određivanje destabilizirajućih radijalnih sila može se krenuti od općeg modela danog u [20] koji opisuje sile i moment u ovisnosti o strujama i položaju rotora i on glasi:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i_s}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{i_s}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{i_s}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{Q},\mathbf{x}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{M}_{\mathbf{Q},\mathbf{y}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{N}_{\mathbf{Q},\mathbf{z}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix} \mathbf{i_s} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{L},\mathbf{x}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{M}_{\mathbf{L},\mathbf{y}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{N}_{\mathbf{L},\mathbf{z}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix} \mathbf{i_s} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{N}_{\mathbf{C},\mathbf{z}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix}. \tag{5.23}$$

Prva dva člana (pribrojnika) izraza (5.23) opisuju ovisnost generiranih radijalnih sila i momenta o strujama, položaju i kutu rotora. Međutim, pretpostavi li se da su radijalni otkloni rotora od centralnog položaja mali ($\mathrm{X_R} \approx 0,\ \mathrm{Y_R} \approx 0$), tada se u prva dva člana izraza (5.23) može zanemariti ovisnost o radijalnom položaju rotora, čime koeficijenti u prva dva pribrojnika izraza (5.23) postaju funkcije samo po kutu rotora, rezultirajući u prethodno danom izrazu (izraz (4.1)), kojim je opisan strujni model bezležajnog motora. Preostali treći član opisuje sile i moment koji djeluju na rotor kada nema struja, i u slučaju kada se rotor nalazi u centralnom položaju tada treći član izraza (5.23) postaje samo funkcija kuta rotora, te predstavlja valovitost sila i momenta (eng. *cogging forces and torque*), kao što je objašnjeno u poglavlju 4. Međutim, osim spomenutog opisa valovitosti, treći član izraza (5.23) opisuje sile i moment koje se pojavljuju na rotor prilikom njegovog pomaka iz centralnog položaja. Naime, kao što je prethodno objašnjeno, pomak rotora iz centralnog položaja u radijalnom smjeru dovodi do pojave neželjenih destabilizirajućih sila.

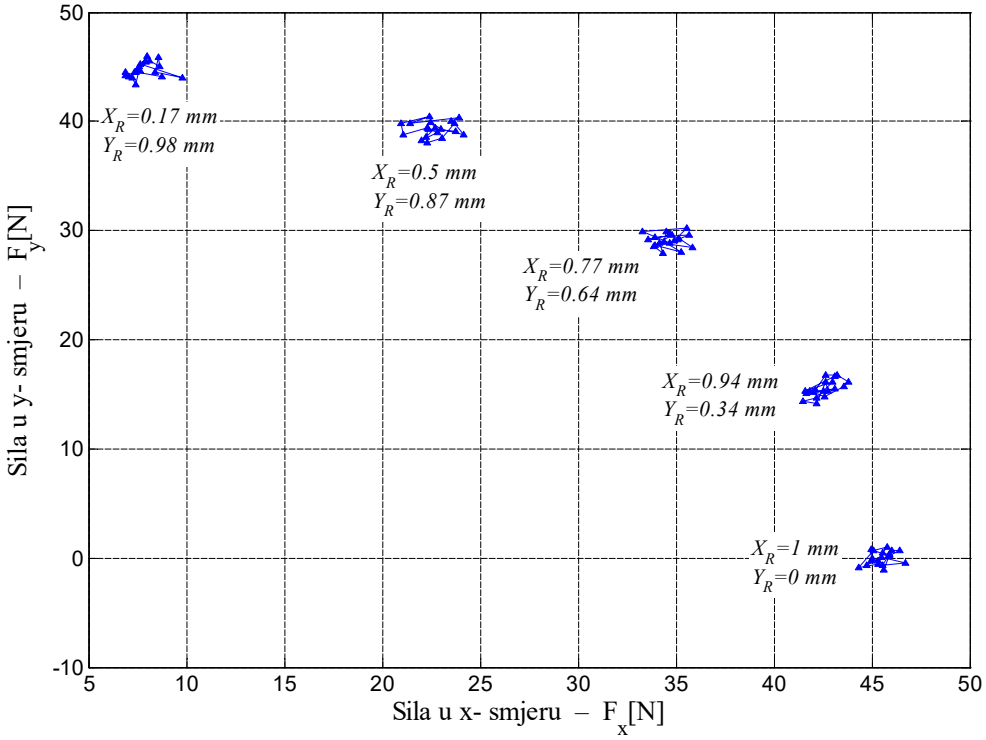
Modeliranje destabilizirajućih radijalnih sila najčešće se provodi linearizacijom trećeg člana izraza (5.23) po radijalnom položaju u okolini centralnog položaja rotora, kao što je primjerice objašnjeno u [20] i [52]. Rastavi li se treći član izraza (5.23) u Taylorov red do prvog stupnja u okolini nule ($\mathrm{X_R} = 0,\ \mathrm{Y_R} = 0$) dobije se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{N}_{\mathbf{C},\mathbf{z}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(0,0,\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(0,0,\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{N}_{\mathbf{C},\mathbf{z}}\left(0,0,\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(0,0,\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{X_R} & \partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(0,0,\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{Y_R} & 0 \\ \partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(0,0,\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{X_R} & \partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(0,0,\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{Y_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{X_R} \\ \mathrm{Y_R} \\ \varphi_\mathrm{R} \end{bmatrix}. \tag{5.24}$$

Prvi član na desnoj strani izrazu (5.24) predstavlja prethodno spomenutu valovitost sile i momenta, ali rezultati simulacija dani u poglavlju 4 jasno pokazuju da su u slučaju BFSS 12/10 motora komponente valovitosti zanemarivo male (pogledati slike 4.2 i 4.3). Slijedi da se izraz (5.24) može zapisati u sljedećem obliku

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \\ \mathbf{N}_{\mathbf{C},\mathbf{z}}\left(\mathrm{X_R},\mathrm{Y_R},\varphi_\mathrm{R}\right) \end{bmatrix} \approx -\begin{bmatrix} -\partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{X_R} & -\partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{x}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{Y_R} & 0 \\ -\partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{X_R} & -\partial\left(\mathbf{M}_{\mathbf{C},\mathbf{y}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right)\right)/\partial\mathrm{Y_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{X_R} \\ \mathrm{Y_R} \\ \varphi_\mathrm{R} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathrm{k_{xx}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) & \mathrm{k_{xy}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) & 0 \\ \mathrm{k_{yx}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) & \mathrm{k_{yy}}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{X_R} \\ \mathrm{Y_R} \\ \varphi_\mathrm{R} \end{bmatrix} = -\mathbf{K_s}\left(\varphi_\mathrm{R}\right) \begin{bmatrix} \mathrm{X_R} \\ \mathrm{Y_R} \\ \varphi_\mathrm{R} \end{bmatrix}, \tag{5.25}$$

gdje je $\mathbf{K}_s(\varphi_R)$ u literaturi poznata kao matrica krutosti (eng. *stiffness matrix*) [53], [54], te se može primijetiti da je matrica krutosti ovisna o kutu rotora. Međutim, u slučaju BFSS 12/10 motora, ovisnost matrice krutosti o kutu rotora može se zanemariti, što je zaključak koji slijedi iz slike 5.9.



Slika 5.9. Destabilizirajuće radijalne sile u ovisnosti o radijalnom položaju i kutu rotora za slučaj BFSS 12/10 motora**.** Rezultati su dobiveni FEM simulacijama u svrhu analize utjecaja položaja i kuta rotora na destabilizirajuće sile.

Na slici 5.9 prikazani su rezultati FEM simulacija koje su provedene u svrhu analiziranja utjecaja radijalnog položaja i kuta rotora na destabilizirajuće radijalne sile. Simulacije su provedene za pet različitih radijalnih položaja (radijalne pozicije su navedene na slici) pri čemu je za svaki radijalni položaj mijenjan kut rotora s rezolucijom od 2 mehanička stupnja za jedan puni električki okret. Kao što je vidljivo na slici 5.9, krivulje (orbite) konstantnog radijalnog položaja rotora koncentrirane su na relativno mala područja u Fx, Fy ravnini (točke označene markerima ▲ relativno se malo rasipaju), iz čega se može zaključiti da je ovisnost destabilizirajućih radijalnih sila o kutu rotora zanemarivo mala. S druge strane, sa slike 5.9 je vidljivo da destabilizirajuće sile bitno ovise o radijalnom položaju rotora.

Iz provedene analize slijedi da se u slučaju BFSS 12/10 motora u izrazu (5.25) može izostaviti ovisnost o kutu rotora. Matrica krutosti je za BFSS 12/10 motor određena primjenom

metode najmanjih kvadrata na rezultate simulacija prikazanih na slici 5.9, što je rezultiralo sljedećom matricom krutosti

$$\mathbf{K}_s\left[\mathrm{N/mm}\right]=\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & 0 \\ k_{yx} & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -45.4 & 0.12 & 0 \\ 0.14 & -45.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{5.26}$$

Iz dobivenog izraza (5.26) moguće je donijeti zaključak da pomak rotora iz centralnog položaja u x- smjeru dovodi do pojave destabilizirajuće sile samo u x- smjeru, i analogno vrijedi i za y- os, pomak rotora u y- smjeru dovodi da pojave destabilizirajuće sile samo u y- smjeru. Navedeni zaključak slijedi iz činjenice što su članovi k_{xy} i k_{yx} u matrici krutosti zanemarivo mali. Nadalje, iz izraza je vidljivo da je radijalna krutost u x- smjeru (k_{xx}) približno jednaka radijalnoj krutosti u y- smjeru (k_{yy}), odnosno za BFSS 12/10 motor vrijedi:

$$k_r = k_{xx} = k_{yy} = -45\ \mathrm{N/mm} \tag{5.27}$$

gdje je k_r radijalna (nestabilna) krutost rotora [55], [56].

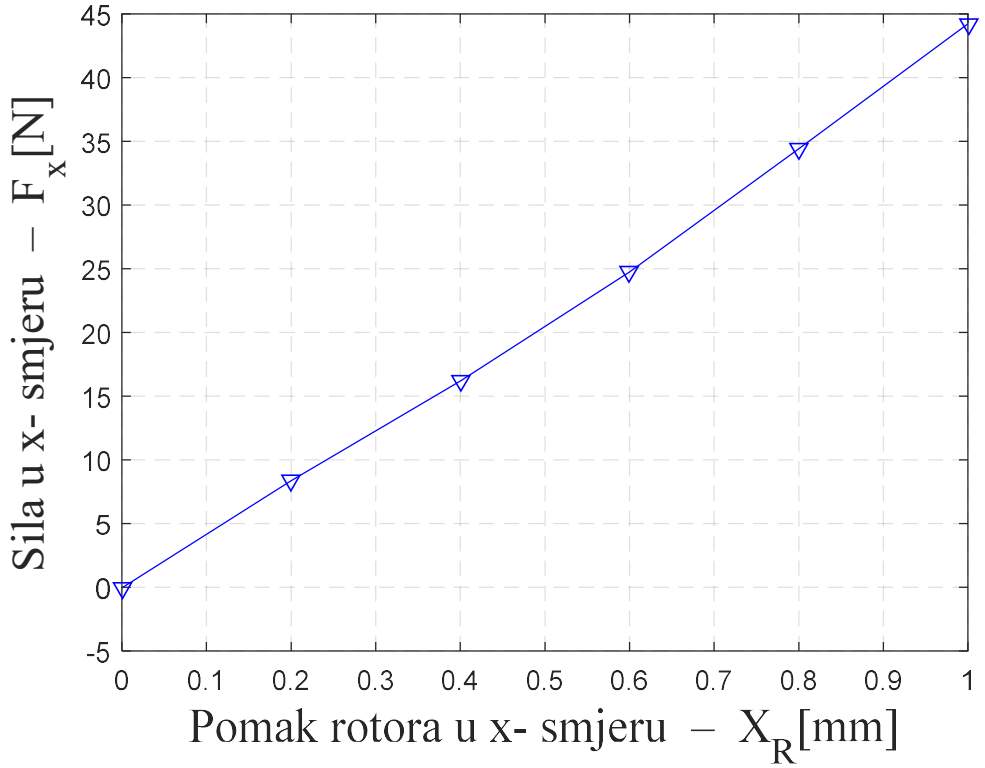
Rastavom funkcijskih ovisnosti koje opisuju destabilizirajuće sile u Taylorov red do prvog stupnja, te posljedično uvođenjem pojma radijalnih krutosti u obliku (5.26), dovodi do modela koji pretpostavlja da su destabilizirajuće sile linearno ovisne o radijalnim pomacima rotora. Ispunjenost navedene pretpostavke je u slučaju BFSS 12/10 motora provjerena FEM simulacijama čiji su rezultati prikazani na slici 5.10. Sa slike 5.10 jasno je vidljivo da destabilizirajuća sila približno linearno ovisi o radijalnom pomaku rotora.

Uvrste li se jednadžbe strujnog modela (izraz (4.7)), kao i izraz (5.25) kojim su opisane destabilizirajuće radijalne sile, u izraz (5.22), konačno se dobiju jednadžbe ravninskog gibanja rotora BFSS 12/10 motora koje u matričnom zapisu glase:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{X}_R \\ \ddot{Y}_R \\ \ddot{\varphi}_R \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} k_r & 0 & 0 \\ 0 & k_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_R \\ Y_R \\ \varphi_R \end{bmatrix}=\boldsymbol{T_Q}\left(\varphi_R\right)\left(\boldsymbol{i}_s\circ\boldsymbol{i}_s\right)+\boldsymbol{T_L}\left(\varphi_R\right)\boldsymbol{i}_s+\begin{bmatrix} F_{x_porem} \\ F_{y_porem} \\ T_{z_porem} \end{bmatrix}, \tag{5.28}$$

gdje je m masa rotora, J moment inercije rotora, F_{x_porem} i F_{y_porem} su vanjske poremećajne sile u x- odnosno y- smjeru, dok je T_{z_porem} poremećaj momenta (tipično moment tereta). Matrica koja množi vektor $[\ddot{X}_R \quad \ddot{Y}_R \quad \ddot{\varphi}_R]^T$ u literaturi je poznata pod nazivom matrica mase (eng. *mass matrix*)[53], te slijedi da je matrica mase za slučaj ravninskog gibanja rotora opisana izrazom

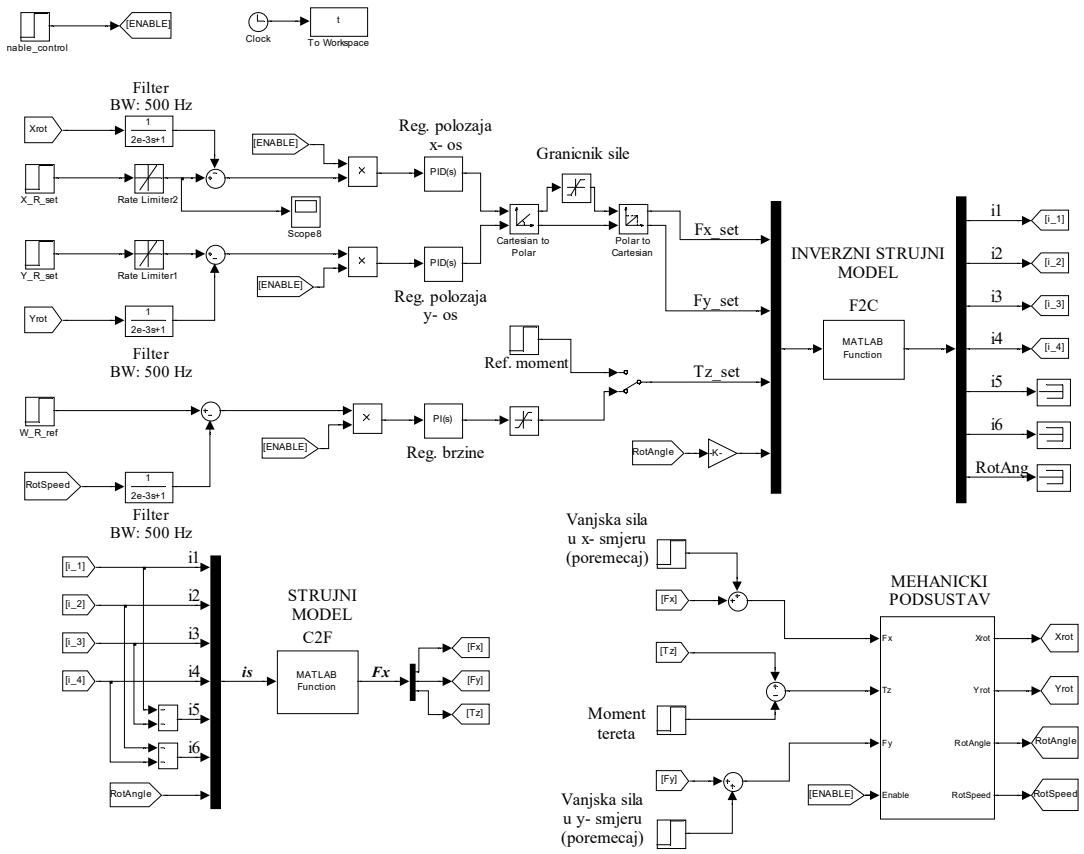
$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}. \tag{5.29}$$



Slika 5.10. Ovisnost destabilizirajuće sile u x- smjeru u ovisnosti o radijalnom pomaku rotora u x- smjeru (dobiveno FEM simulacijama).

5.3.3 Simulacijska shema reguliranog BFSS 12/10 motora

Simulacijska shema izrađena je u Matlab Simulink/Programskom paketu, te se sastoji od modela motora temeljenog na strujnom modelu, te pripadne regulacijske strukture, u skladu sa slikom 5.8, dakle pretpostavljeno je da se dinamika unutarnjih strujnih regulacijskih krugova može zanemariti. Simulacijska shema prikazana na slici 5.11 omogućuje provedbu dinamičkih simulacija ravninskog gibanja rotora, te omogućuje aproksimaciju inverznog modela do proizvoljnog stupnja Taylorovog reda.

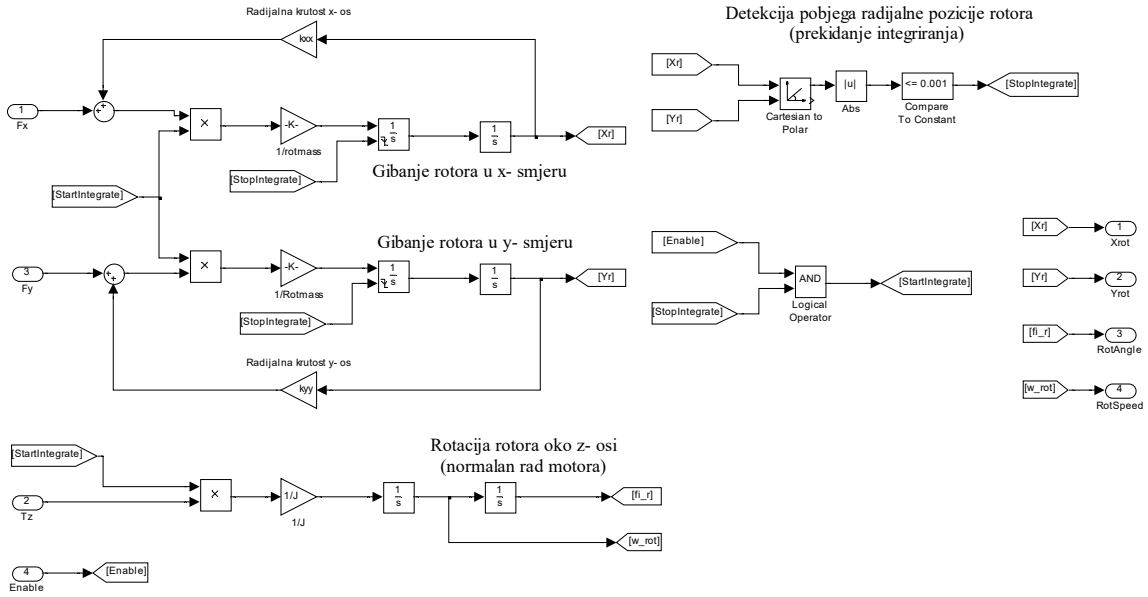


Slika 5.11. Simulacijska shema BFSS 12/10 motora te pripadna regulacijska struktura izrađena u Matlab/Simulink programskom paketu.

Regulatori radijalnog položaja mogu biti PID ili PD tipa, odnosno zahtijeva se postojanje derivacijskog djelovanja regulatora uslijed postojanja nestabilnih konjugirano kompleksnih parova polova koji su posljedica destabilizirajućih radijalnih sila (pogledati izraz (5.28)). Za regulaciju brzine vrtnje korišten je PI regulator.

Dio simulacijske strukture na slici 5.11 koji se odnosi na BFSS 12/10 motor izrađen je u skladu s objašnjenjima danim u potpoglavljima 5.3.1 (za strujni i inverzni strujni model) i 5.3.2 (za mehanički model gibanja rotora). Na slici 5.12 prikazan je mehanički podsustav BFSS 12/10 motora. Rezultati provedenih simulacija dani su u sljedeća dva potpoglavlja (5.3.4 i 5.3.5), pri čemu je korištena aproksimacija inverznog strujnog modela do prvog, odnosno drugog stupnja Taylorovog reda. Rezultati simulacija aproksimacije strujnog modela iznad drugog stupnja nisu navedeni pošto se oni ne razlikuju bitno od rezultata simulacija koji su dobiveni inverznim strujnim modelom drugog stupnja. Naime, kao što je raspravljeno u poglavlju 5.2, najveće povećanje

točnosti inverznog strujnog modela postiže se pri povećanju stupnja Taylorovog reda s prvog na drugi stupanj.



Slika 5.12. Sadržaj bloka Mehanički podsustav blokovske sheme prikazane na slici 5.11.

Provedene simulacije odnose se na proces pokretanja, zaleta, terećenja motora u smislu momenta tereta i "terećenja" motora u smislu pojave vanjske (poremećajne) radijalne sile. U početku, prije nego se bezležajni motor pokrene, rotor je otklonjen iz centralnog položaja, te je pridržavan mehaničkim ležajem. Uslijed njegove otklonjenosti iz centralnog položaja, na rotor djeluje destabilizirajuća radijalna sila, čije je djelovanje kompenzirano mehaničkim ležajem. Nakon pokretanja bezležajnog motora, slijedi faza podizanja (eng. *lift off*) rotora. U fazi podizanja rotora regulacijska struktura ima zadatak dovođenja rotora iz otklonjenog u centralni položaj. Faza podizanja rotora naziva se još faza postizanja magnetske levitacije. Nužan uvjet postizanja magnetske levitacije je sposobnost motora da generira radijalne sile koje su veće od destabilizirajućih radijalnih sila, te navedeni uvjet mora biti ispunjen po svim radijalnim pozicijama i kutovima rotora. Nakon faze podizanja motora, slijede ostale faze rada motora, kao što su zalet i terećenje motora. Simulacije su provedene na način da je u početku, prije faze podizanja rotora, rotor otklonjen 0.5 mm iz centralnog položaja, što približno odgovara stvarnoj situaciji.

5.3.4 Rezultati simulacija (Inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do prvog stupnja)

U ovom poglavlju dani su rezultati simulacija za slučaj da je inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do prvog stupnja. Kao što je već objašnjeno prethodno, aproksimacija inverznog strujnog modela do prvog stupnja predstavlja standardnu regulacijsku strukturu temeljenu na strujnom modelu koja pretpostavlja linearnu ovisnost generiranih radijalnih sila o strujama.

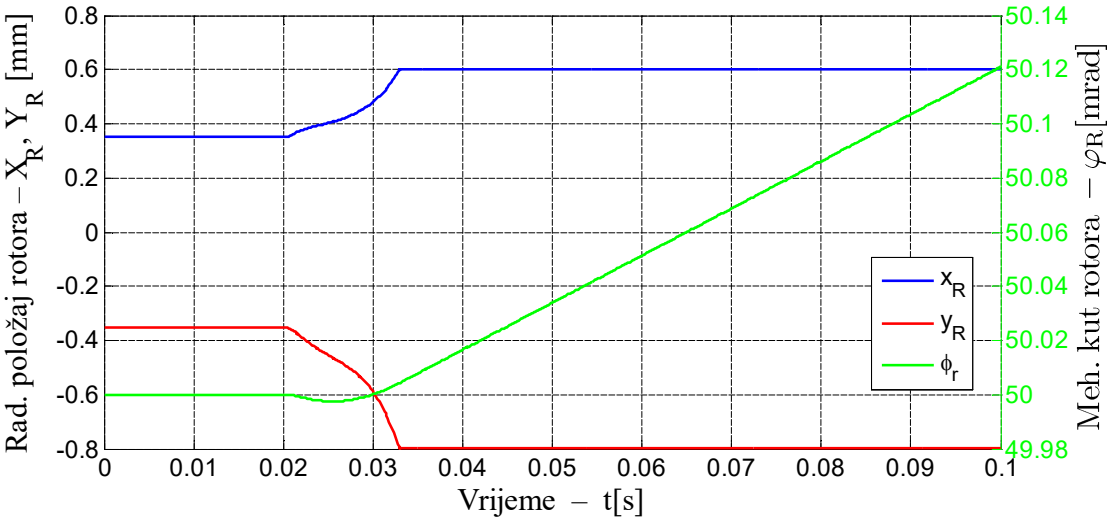
Rezultati simulacija prikazani su na slici 5.13. Kao što je sa slike 5.13a vidljivo, aproksimacija inverznog strujnog modela do prvog stupnja nije dovoljno točna za uspješno postizanje magnetske levitacije. Naime, kao što se može vidjeti, u početku, otklon rotora iznosi 0.35 mm u *x*- i -0.35 mm u *y*- smjeru. U trenutku t=0.02s uključuje se regulacijska struktura, te započinje proces postizanja magnetske levitacije. Ali, umjesto približavanja, rotor se počinje udaljavati od centralnog položaja, rezultirajući tako nestabilnim ponašanjem. Naime, što se rotor više udaljava iz centralnog položaja tako se sve više povećava djelovanje destabilizirajućih sila, onemogućujući eventualni povratak rotora u centralni položaj. Udaljavanje rotora iz centralnog položaja se u simulaciji "na silu" (pod ovim se smatra da se rotor prisilno zaustavlja) zaustavlja kada udaljenost rotora od centralnog položaja dostigne 1 mm kako bi se postiglo da prikazi odziva budu pregledniji. Nema smisla prikazivati raspirijući odziv nestabilnog sustava, jer će se time samo prikriti ponašanje sustava na početku prijelazne pojave.

Budući da radijalna krutost motora iznosi oko -45 N/mm, slijedi da je za postizanje magnetske levitacije potrebno generirati silu od 22.5 N u radijalnom smjeru. Nazivna radijalna sila (nazivna sila ležaja) motora iznosi 30 N, što znači da kada je rotor otklonjen za 0.5 mm od centralnog položaja, tada postoji oko 7.5 N pričuve. Međutim, usprkos pričuvi od oko 7.5 N, regulacijska struktura koja koristi inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do prvog stupnja nije uspjela dovesti rotor u centralni položaj (eksperimentalno dokazano). Razlog neuspješne faze podizanja rotora jasno je vidljiv na slici 5.13b, gdje su prikazane zadane (izlazi iz PID regulatora radijalnog položaja, F_{x_set} i F_{y_set}) i ostvarene (generirane, Fx i Fy) sile na rotor. Naime, sa slike 5.13b je vidljivo da postoji primjetno odstupanje zadanih i ostvarenih radijalnih sila, što je posljedica netočnosti inverznog strujnog modela. Uslijed prisutne netočnosti, "potrošena" je pričuva sile što je rezultiralo nemogućnošću podizanja rotora.

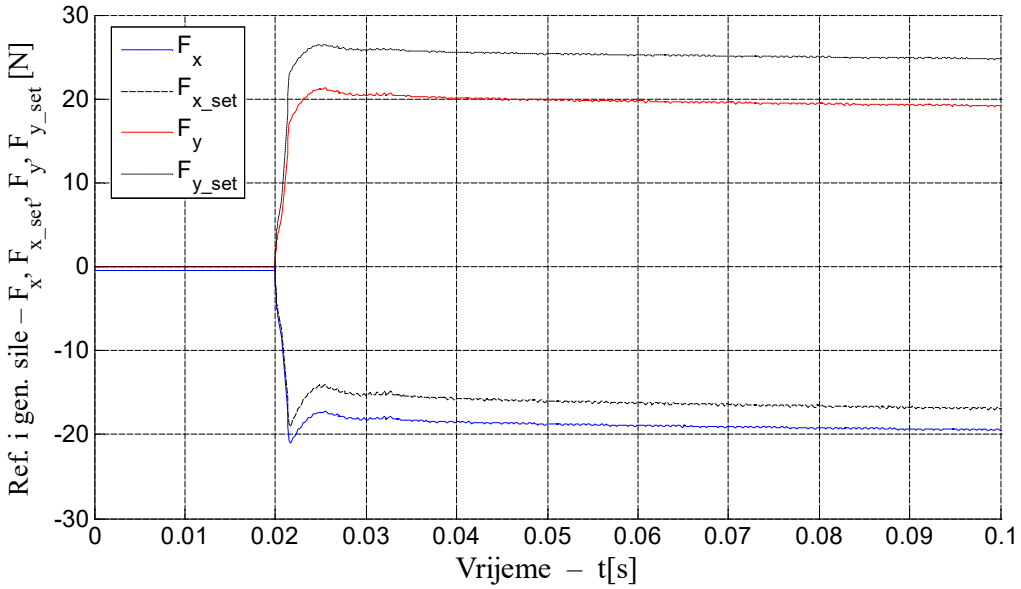
Iako u danom primjeru regulacijska struktura nije uspjela podignuti rotor, to ne znači da ona to ne bi uspjela u slučaju da je rotor inicijalno otklonjen za neki iznos koji je manji od 0.5 mm. Primjerice, odabere li se da inicijalni otklon rotora iznosi 0.4 mm, tada rezultati simulacija pokazuju da je regulacijska struktura koja koristi inverzni strujni model prvog stupnja najčešće u stanju uspješno podignuti rotor. Dobiveni rezultat je očekivan, i to uslijed činjenice što je greška inverznog strujnog modela ovisna o iznosima struja, i ona je to manja što su struje manje. Naime, ukupnoj generiranoj sili doprinose linearni i kvadratni članovi strujnog modela, ali je doprinos kvadratnih članova bitno manji od doprinosa linearnih članova u slučaju da struje nisu velike. Stoga, što je rotor inicijalno bliže centralnom položaju, to je sila koju je potrebno generirati za podizanje rotora manja, a manja sila posljedično znači i manje struje. Ali, kako se povećava točnost strujnog modela, tako se povećava vjerojatnost da će regulatori uspjeti kompenzirati prisutnu netočnost inverznog strujnog modela te omogućiti uspješno podizanje rotora. Dodatno, smanjenjem inicijalnog otklona rotora povećava se pričuva sile, što dodatno ide u prilog uspješnom podizanju rotora.

Na slici 5.13a je osim radijalnog položaja rotora prikazan i kut rotora, koji u početnom trenutku iznosi oko 0.05 radijana. Kao što se može primjetiti sa slike, kut rotora se u fazi neuspješnog podizanja rotora mijenja, što je posljedica greške inverznog strujnog modela. Naime, u fazi podizanja rotora je zadani moment (izlaz iz PI regulatora brzine) jednak nuli, te se kut rotora ne bi trebao mijenjati. Ali, promotri li se slika 5.13a detaljnije, može se primjetiti da je promjena kuta rotora zanemarivo mala, iz čega se može zaključiti da inverzni strujni model prvog stupnja prilično dobro obavlja zadaću rasprezanja momenta od radijalnih sila.

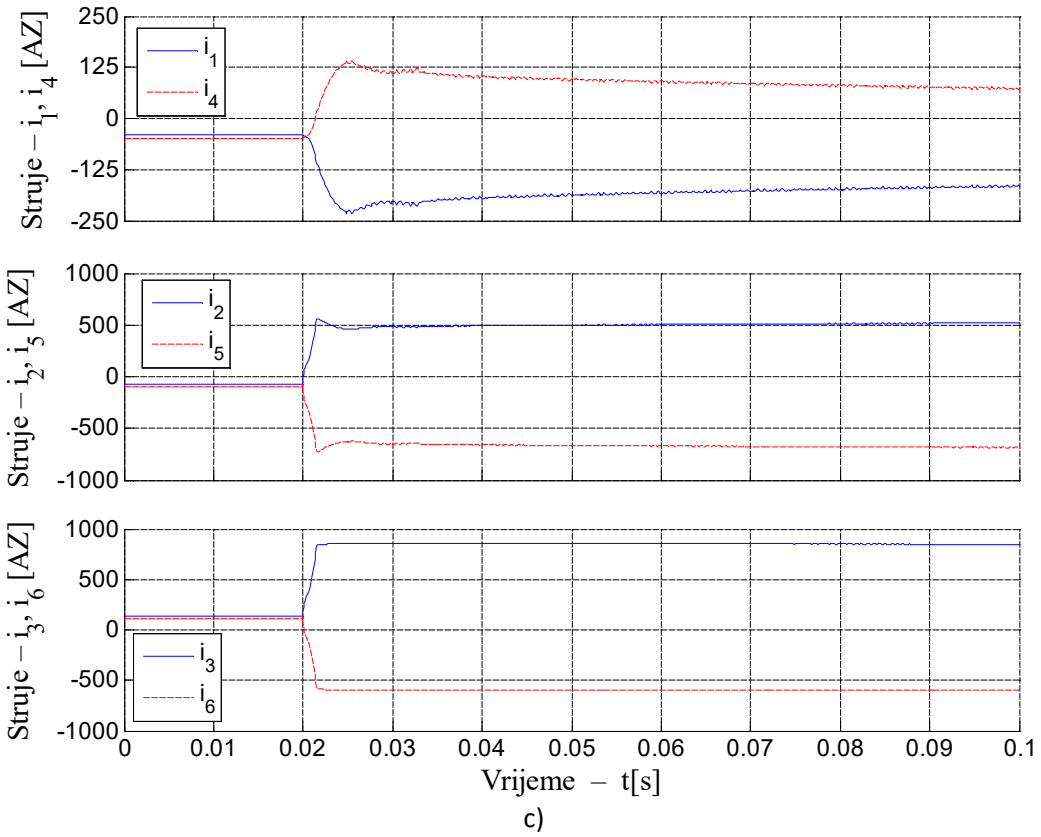
Na slici 5.13c prikazane su struje motora u fazi neuspješne levitacije. Spora dinamika promjena struja nakon prisilnog zaustavljanja gibanja rotora posljedica je mijenjanja kuta rotora.


Rad. položaj rotora – X_R, Y_R [mm]
Meh. kut rotora – φ_R[mrad]
Vrijeme – t[s]
x_R
y_R
ϕ_r

a)


Ref. i gen. sile – F_x, F_{x_set}, F_y, F_{y_set} [N]
Vrijeme – t[s]
F_x
F_{x_set}
F_y
F_{y_set}

b)



Slika 5.13. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela prvog stupnja, a) radijalni položaj i kut rotora, b) zadane i ostvarane sile radijalne sile, c) struje motora.

5.3.5 Rezultati simulacija (Inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do drugog stupnja)

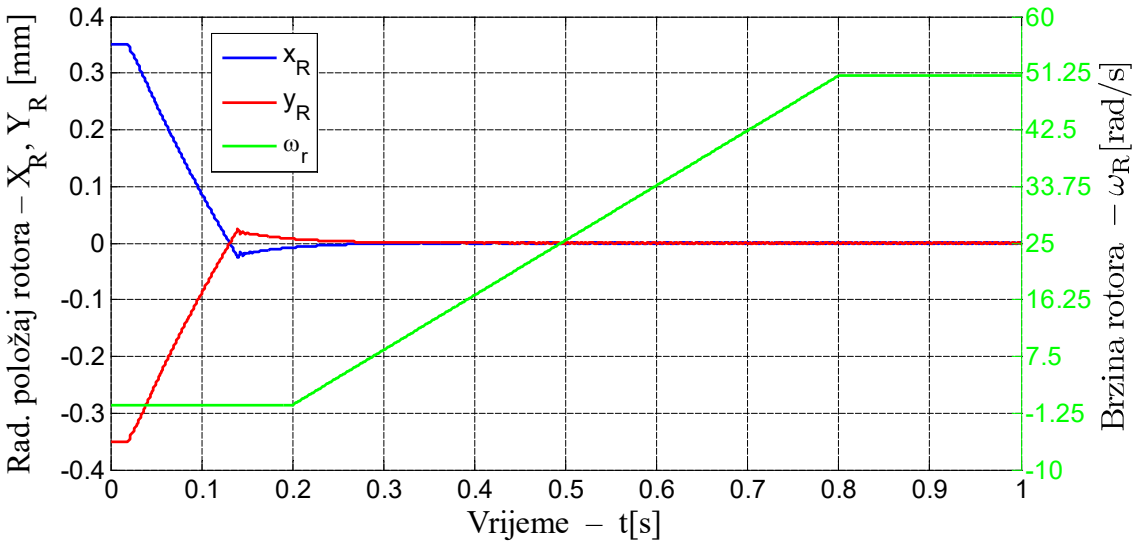
U ovom su poglavlju dani rezultati simulacija u slučaju korištenja inverznog strujnog modela drugog stupnja. Slika 5.14 prikazuje rezultate simulacija koji se odnose na proces podizanja i ubrzanja rotora, bez prisustva momenta tereta ili poremećajnih sila. Inicijalni otklon rotora iznosi 0.35 mm u *x*- i -0.35 mm u *y*- smjeru, kao i u prethodnom slučaju koji se odnosi na korištenje inverznog strujnog modela rastavljenog u Taylorov red do prvog stupnja. Po uključenju regulacije slijedi faza podizanja rotora, a nakon podizanja rotora slijedi faza ubrzanja motora, koja počinje u trenutku t=0.2s, a završava u trenutku t=0.8s. Proces kutnog ubrzanja rotora ostvaren je postavljanjem konstantnog zadanog momenta (T_{z_set} na slici 5.11) iznosa 2Nm.

Kao što se može vidjeti na slici 5.14a, korištenje inveznog strujnog modela drugog stupnja rezultiralo je uspješnim podizanjem rotora. Promotri li slika 5.14a, vidljivo je da nema promjene kutne brzine rotora u fazi podizanja rotora (prvih 0.2s), iz čega je moguće donijeti zaključak da inverzni strujni model drugog stupnja uspijeva generirati samo radijalne sile bez da istovremeno

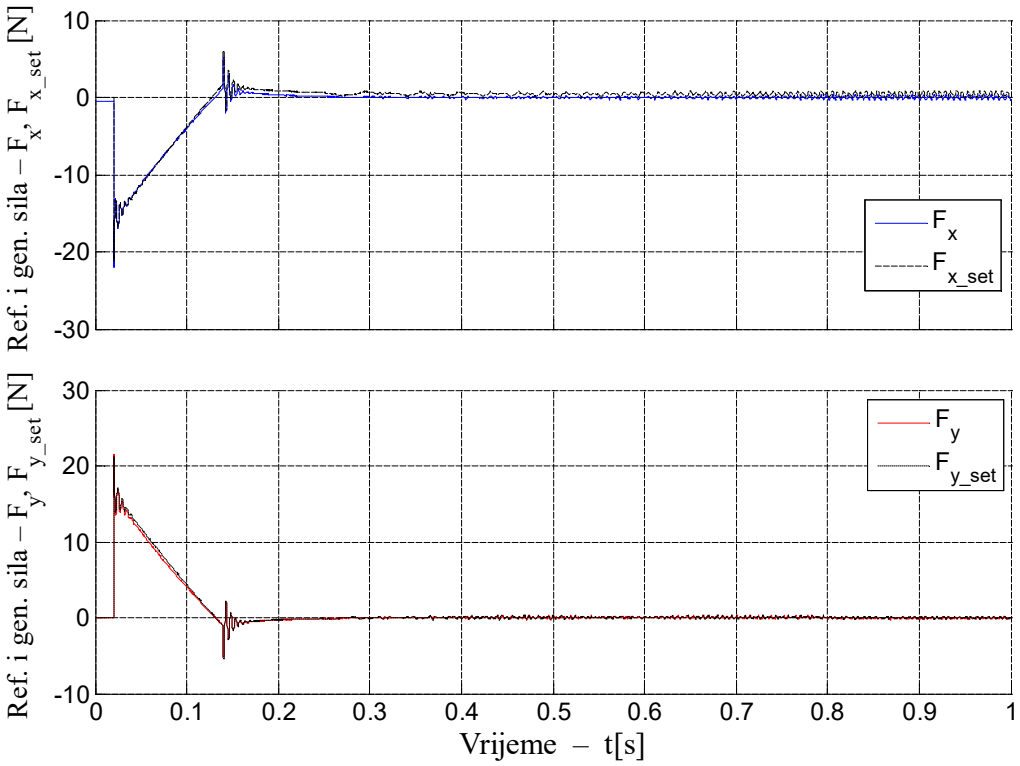
generira moment. Analogni zaključak može se donijeti i za proces zaleta motora. Naime, kao što se može primijetiti sa slika 5.14a i 5.14b, proces zaleta motora nema utjecaja na radijalni položaj rotora, te slijedi zaključak da inverzni strujni model drugog stupnja uspijeva generirati samo moment bez da istovremeno generira radijalne sile. Iz provedenog slijedi zaključak da inverzni strujni model drugog stupnja uspješno obavlja zadaću rasprezanja momenta i radijalnih sila.

Usporedba zadanih (F_{x_set}, F_{y_set}) i ostvarenih radijalnih sila (F_x, F_y) dana je na slici 5.14b, te se može primijetiti da je poklapanje zadanih i ostvarenih radijalnih sila znatno bolje nego je to u slučaju korištenja inverznog strujnog modela prvog stupnja, te se radi o relativno malim odstupanjima koje su regulatori položaja uspješno kompenzirali što je rezultiralo uspješnim podizanjem rotora. Prethodno donesen zaključak o dobrom rasprezanju momenta i radijalnih sila potvrđen je rezultatima prikazanim na slici 5.14c. Iz rezultata je vidljivo da se ostvareni i zadani moment dobro poklapaju, kako u fazi postizanja magnetske levitacije tako i u fazi zaleta motora.

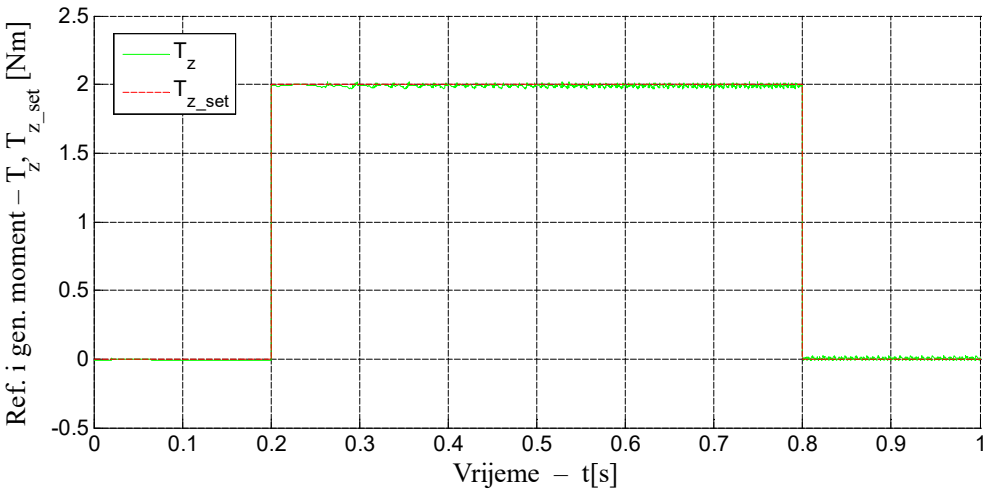
Do zanimljivog opažanja moguće je doći promatranjem slike 5.14d, gdje su prikazane struje motora u fazi postizanja magnetske levitacije te u fazi zaleta motora. Naime, sa slike je vidljivo da struje geometrijski nasuprotnih zavojnica, u fazi postizanja magnetske levitacije, imaju tendenciju da budu u protufazi. S druge strane, struje geometrijski nasuprotnih zavojnica su u fazi tijekom zaleta motora. Može se zaključiti da je dobiveni rezultat u skladu s ponašanjem BFSS 12/10 motora s razdvojenim sustavom namota, gdje su geometrijski nasuprotne zavojnice za generiranje sila spojene protufazno, dok su geometrijski nasuprotne zavojnice za generiranje momenta spojene da budu u fazi, što onda uvijek rezultira da su struje kroz geometrijski nasuprotne zavojnice motora ili u protufazi ili u fazi.



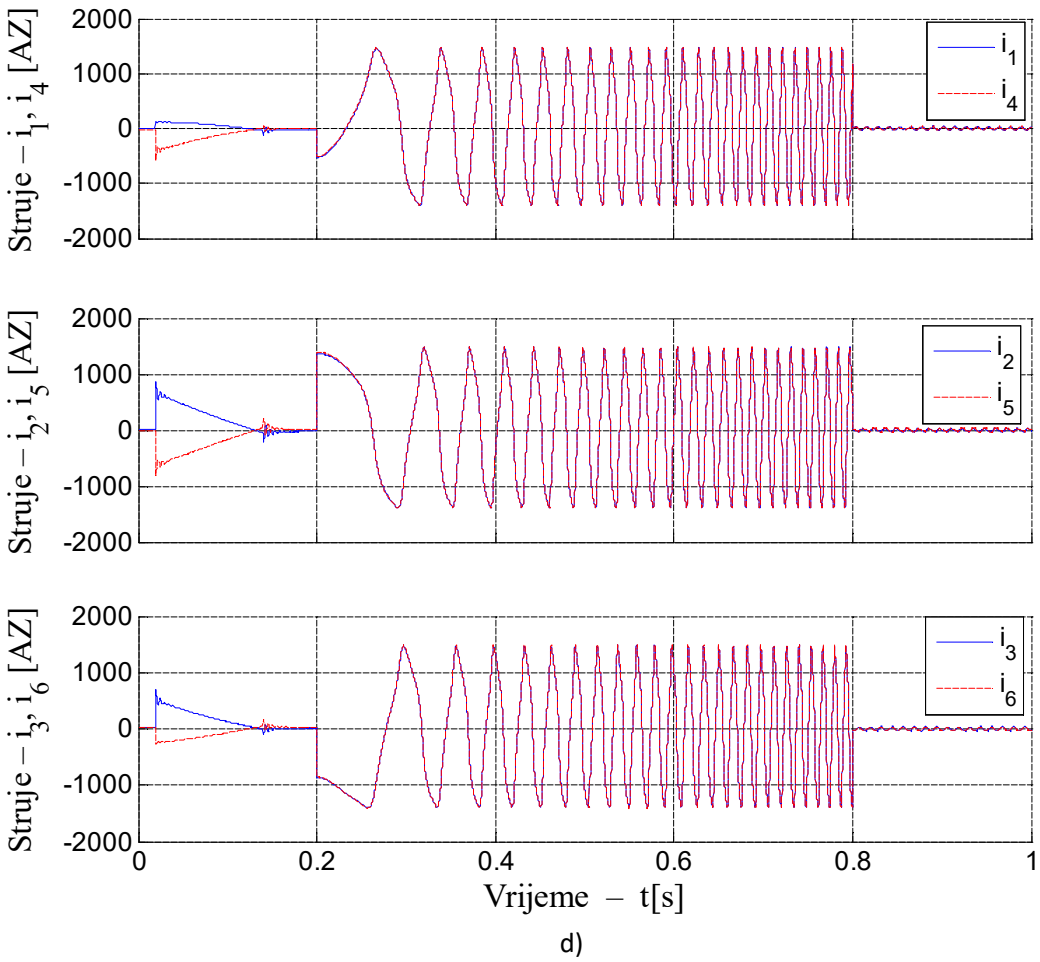
a)


Ref. i gen. sila – F_x, F_{x_set} [N]
Ref. i gen. sila – F_y, F_{y_set} [N]
F_x
F_{x_set}
F_y
F_{y_set}
Vrijeme – t[s]

b)


Ref. i gen. moment – T_z, T_{z_set} [Nm]
T_z
T_{z_set}
Vrijeme – t[s]

c)



Slika 5.14. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela drugog stupnja, a) radijalni položaj i kut rotora, b) zadane i ostvarane sile radijalne sile, c) zadani i ostvareni moment, d) struje motora.

Rezultati dinamičkih simulacija koji se odnose na terećenje motora kako u smislu poremećajne (vanjske) sile, tako i u smislu momenta tereta prikazani su na slici 5.15. Motor se u početku nalazi u centralnom položaju, pri čemu se vrti konstantnom brzinom od 40 rad/s pri čemu nisu prisutne vanjske radijalne sile kao ni moment tereta. U trenutku t=0.1s motor se optereti u smislu pojave momenta tereta koji se skokovito promijeni s iznosa 0Nm na iznos 1Nm, kao što je prikazano na slici 5.15b. Po završetku prijelazne pojave koja je uslijedila kao posljedica skokovite promjene momenta tereta, slijedi i terećenje motora u smislu pojave vanjske sile koja se u trenutku t=0.5s skokovito promijeni s iznosa 0N na iznos 15N, u skladu sa slikom 5.15a. Stoga, nakon trenutka t=0.5s motor je istovremeno opterećen i s momentom tereta i sa silom ležaja.

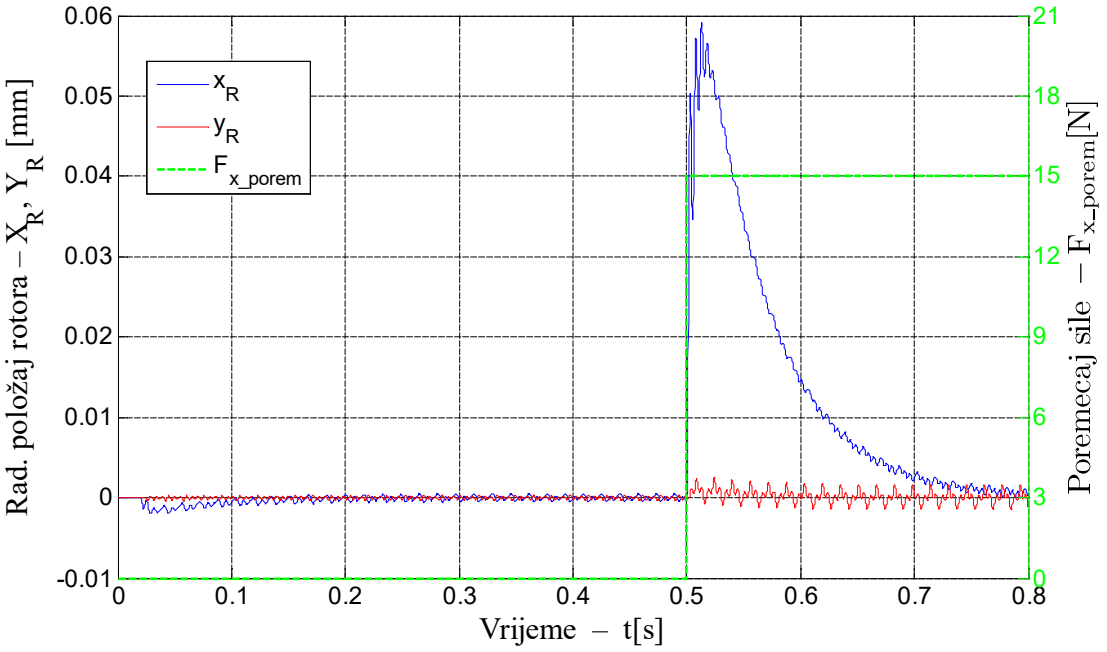
Usporede li se slika 5.15a i 5.15b može se primijetiti da je prilikom pojave momenta tereta došlo do male promjene radijalnog položaja, ali radi se o vrlo malim pomacima, te regulatori

položaja nakon djelovanja momenta tereta vrlo brzo uspijevaju vratiti rotor u centralni položaj. Promotri li se slika 5.15b vidljivo je da uslijed pojave momenta tereta dolazi do blagog propada brzine vrtnje, nakon čega se brzina vrtnje vraća na iznos prije djelovanja momenta tereta uslijed djelovanja regulatora brzine. Izlaz iz regulatora brzine (T_{z_set}), zajedno sa generiranim momentom, prikazan je na slici 5.15c, te je vidljivo dobro poklapanje zadanog i ostvarenog momenta.

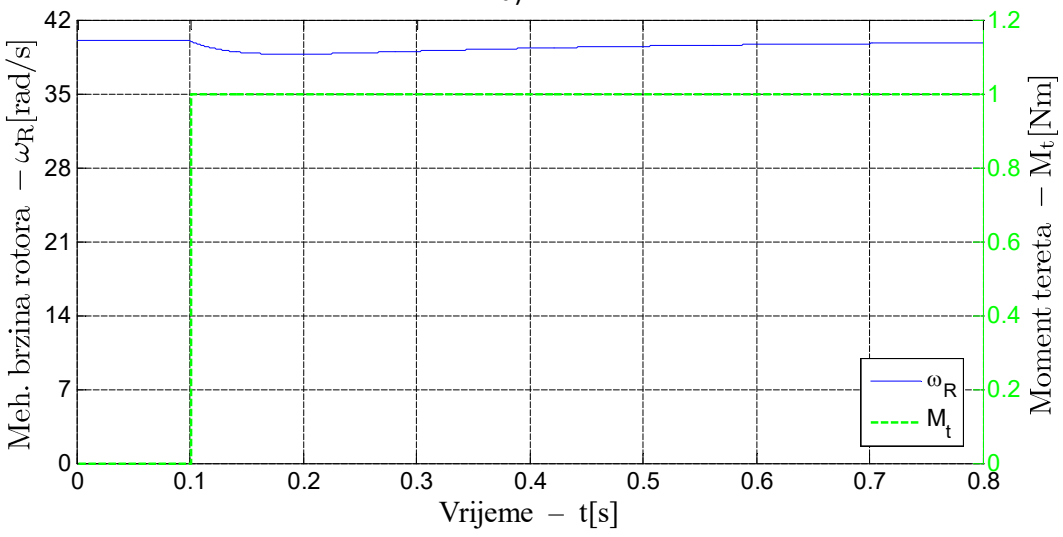
Odziv radijalnog položaja zajedno s vanjskom poremećajnom silom prikazan je na slici 5.15a. Kao što je vidljivo sa slike, pojava skokovite poremećajne sile iznosa 15 N u smjeru osi x- rezultirala je kratkotrajnim otklonom radijalnog položaja rotora u x- smjeru, pri čemu je maksimalni iznos otklona iznosio oko 0.06mm. Uslijed djelovanja regulatora položaja rotor se nakon djelovanja poremećajne sile vraća u centralni položaj s vremenom smirivanja od približno 0.2s, kao što je vidljivo na slici 5.15a. Nadalje, može se primijetiti da je pojava vanjske poremećajne sile u x- smjeru uzrokovala malo primjetan otklon rotora u y- smjeru.

Na slici 5.15d prikazane su zadane i ostvarene radijalne sile koje su se pojavile tijekom terećenja motora. Iz slike 5.15d jasno je vidljivo da pojava momenta tereta nije imala utjecaj na regulacijske krugove radijalnog položaja rotora. Pojava vanjske poremećajne sile uzrokovala je pojavu zadane (Fx_set) sile u suprotnom smjeru, kako bi se poništio utjecaj vanjske poremećajne sile u x- smjeru. Osim promjena veličina u regulacijskom krugu x- osi, pojava vanjske poremećajne sile dovela je i do manjih promjena veličina regulacijskog kruga y- osi, što je posljedica netočnosti inverznog strujnog modela. Ali, međusobni utjecaj x- i y- osi nije velik, te se posljedično vrlo blago očituje u gibanjima rotora u radijalnim smjerovima.

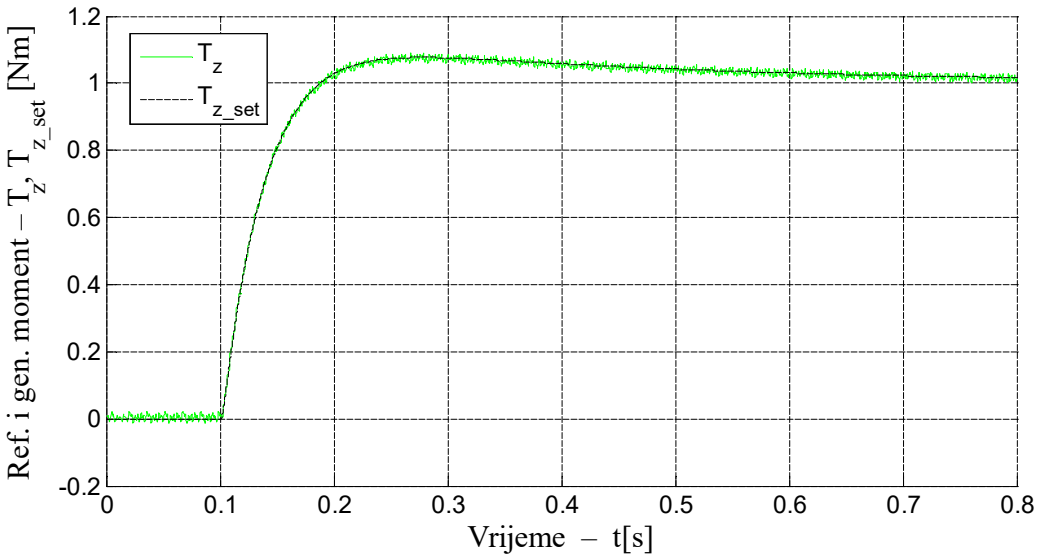
Slika 5.15e prikazuje struje motora prisutne prilikom terećenja motora. U početku, prije pojave momenta tereta, struje su zanemarivo male i pojavljuju se kao posljedica postojanja malih iznosa valovitosti momenta. Uslijed pojave momenta tereta struje porastu, i to na način da svih 6 struja ima jednaku amplitudu iznosa oko 750 Az, pri čemu su struje geometrijski nasuprotnih zavojnica međusobno u fazi, kao što je već prethodno komentirano. Nakon pojave vanjske poremećajne sile, nastupa situacija u kojoj je motor opterećen i momentom tereta i silom ležaja, što rezultira strujama koje više nisu jednake po amplitudi, te struje geometrijski nasuprotnih zavojnica više nisu ni u fazi ni u protufazi, već su negdje između ta dva krajnja slučaja.


Rad. položaj rotora – X_R, Y_R [mm]
Poremecaj sile – F_{x_porem}[N]
Vrijeme – t[s]
x_R
y_R
F_{x_porem}

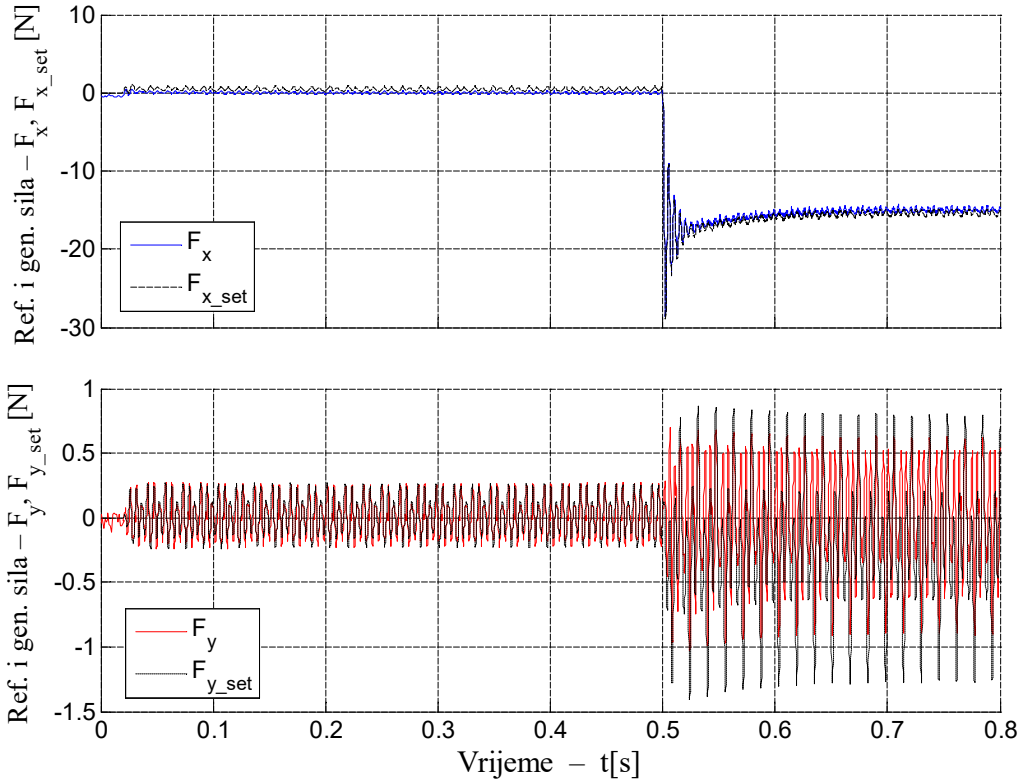
a)


Meh. brzina rotora – ω_R[rad/s]
Moment tereta – M_t[Nm]
Vrijeme – t[s]
ω_R
M_t

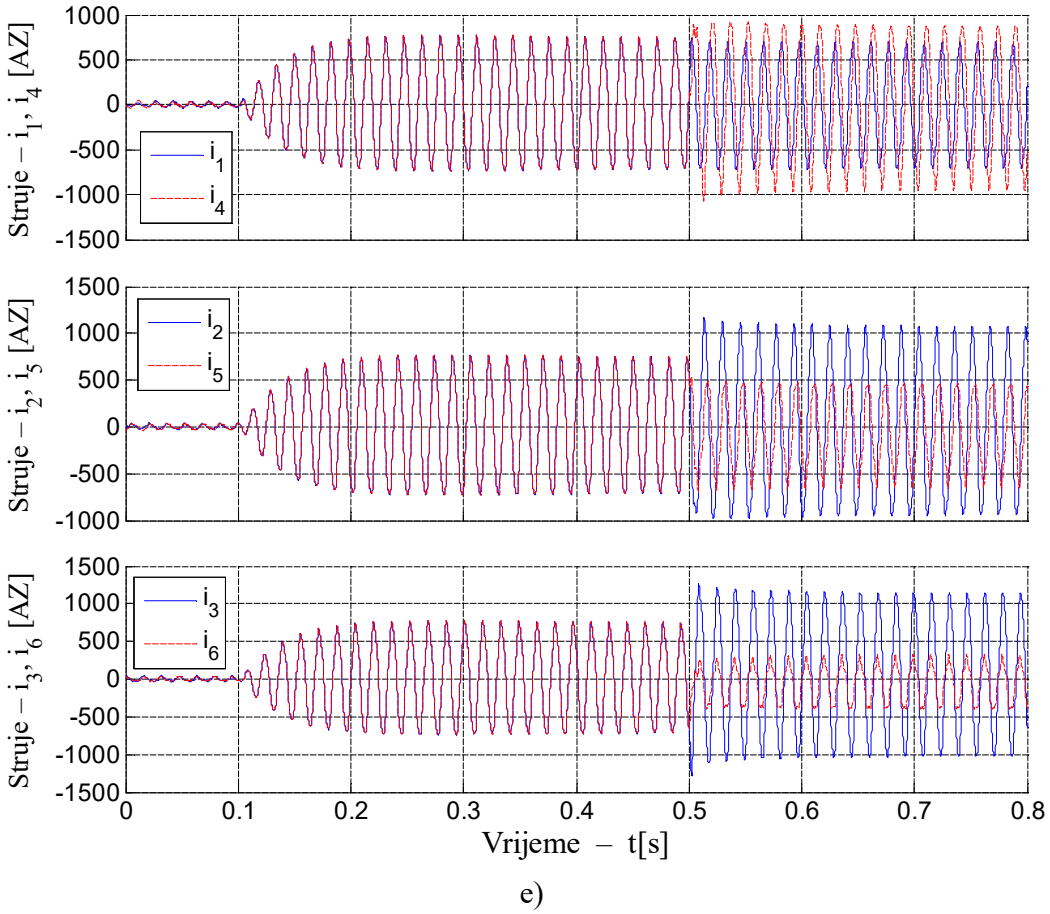
b)


Ref. i gen. moment – T_z, T_{z_set} [Nm]
T_z
T_{z_set}
Vrijeme – t[s]

c)


Ref. i gen. sila – F_x, F_{x_set} [N]
F_x
F_{x_set}
Ref. i gen. sila – F_y, F_{y_set} [N]
F_y
F_{y_set}
Vrijeme – t[s]

d)

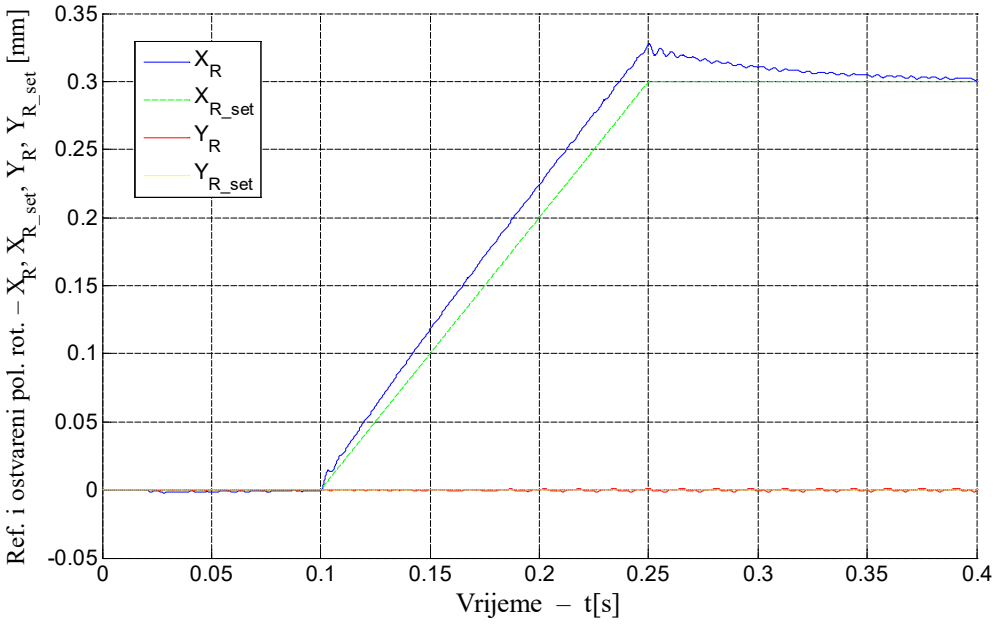


e)

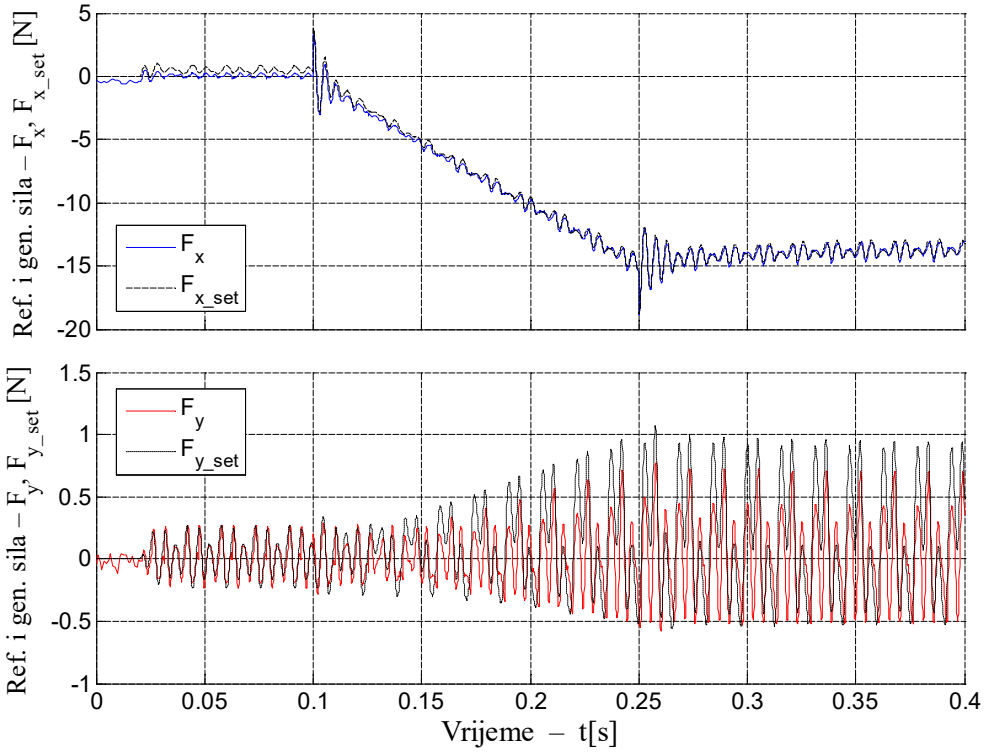
Slika 5.15. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela drugog stupnja pri konstantnoj brzini prilikom terećenja motora u smislu momenta tereta i u smislu sile ležaja, a) radijalni položaj i poremećajna (vanjska) sila, b) brzina vrtnje i moment tereta, c) zadani i ostvareni moment, d) zadane i ostvarene radijalne sile, e) struje motora.

Na slici 5.16 prikazani su rezultati dinamičkih simulacija rada motora za slučaj kada se rotor nalazi van centralnog položaja, pri čemu motor nije terećen momentom tereta te se vrti konstantnom mehaničkom brzinom vrtnje od 40 rad/s. U početku se rotor nalazi u centralnom položaju i u tom početnom vremenskom intervalu prisutne su vrlo male zadane (a time i ostvarene) sile i struje, kao što je prikazano na slikama 5.16b i 5.16c. U trenutku t=0.1s počinje se mijenjati referentni signal radijalnog položaja rotora u x- smjeru, te u trenutku t=0.25s on poprima vrijednost od 0.3mm, nakon čega zadržava tu vrijednost do kraja simulacije. Uslijed promjene referentnog signala radijalnog položaja mijenja se i radijalni položaj rotora, odnosno rotor prati referentni signal radijalnog položaja, ali uz prisutnost određene greške, kao što je vidljivo na slici 5.16a. Udaljavanje rotora od centralnog položaja praćeno je povećanjem zadane i ostvarene sile u x- smjeru, kao i povećanjem struja motora. Povećanje struja struja statora motora je posljedica povećavanja potrebne sile ležaja kako bi se kompenzirao učinak destabilizirajuće sile. Osim povećanja sile

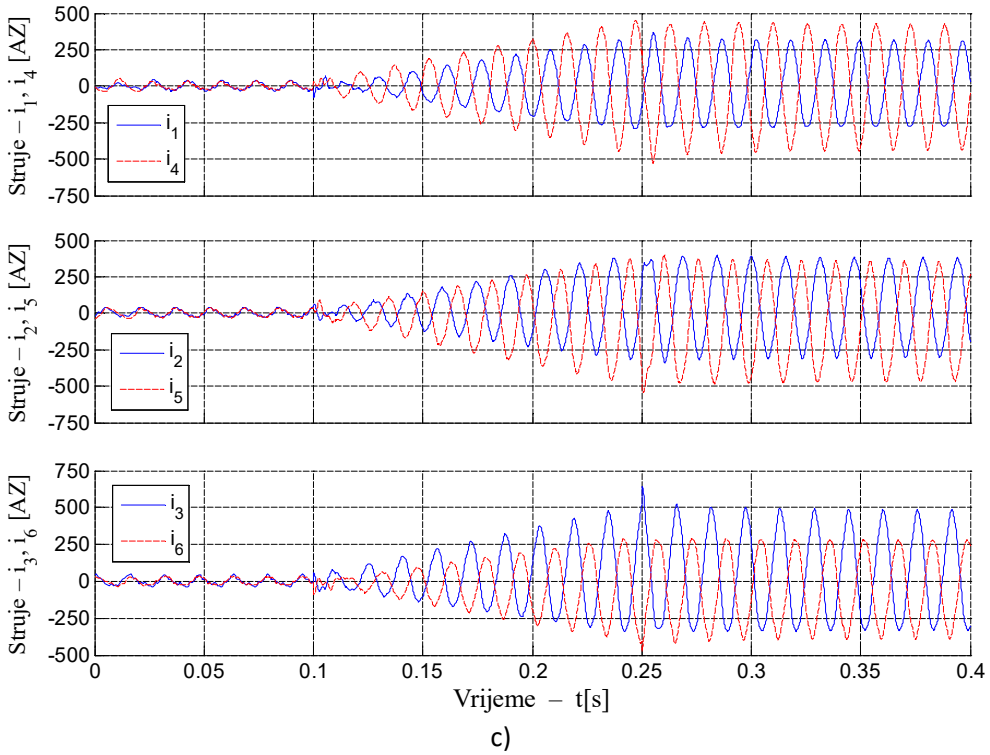
ležaja, udaljavanje rotora iz centralnog položaja praćeno je i povećanjem valovitosti sile u y-smjeru što je posljedica netočnosti inverznog strujnog modela.



a)



b)



Slika 5.16. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela drugog stupnja prilikom njegova rada van centralnog položaja, a) zadana (referentna) i ostvarena (stvarna) radijalna pozicija rotora, b) zadane i ostvarene radijalne sile, c) struje motora.

Nakon što se referentni signal radijalne pozicije rotora ustali na vrijednosti od 0.3mm, regulator radijalnog položaja rotora u x- smjeru počinje smanjivati odstupanje između referentnog i ostvarenog položaja rotora i nakon približno 0.15s odstupanje između referentnog i zadanog položaja rotora u x- smjeru postaje zanemarivo.

Valni oblici struja motora prikazani na slici 5.16c pokazuju da je situacija rada motora van centralnog položaja slična situaciji prilikom podizanja rotora, slična u smislu što su struje geometrijski nasuprotnih zavojnica približno u protufazi. Dobiveni rezultat je očekivan, pošto se u oba slučaja od regulacijske strukture zahtijeva upravljanje koje će rezultirati samo s generiranim radijalnim silama (bez razvijenog momenta).

Sumarno, iz rezultata simulacija danih u ovom potpoglavlju mogu se donijeti sljedeći zaključci:

- Aproksimacija inverznog strujnog modela prvog stupnja nije dovoljno točna za uspješno podizanje rotora kada je on inicijalno otklonjen za 0.5mm (ili više od 0.5mm) od svog centralnog položaja,

- Aproksimacija inverznog strujnog modela drugog stupnja dovoljno je točna za podizanje rotora u slučaju kada je on inicijalno otklonjen za 0.5mm iz centralnog položaja,
- Inverzni strujni model BFSS 12/10 motora s kombiniranim sustavom namota dobiven po kriteriju minimizacije gubitaka u bakru, u graničnim slučajevima (generiranje samo radijalnih sila ili generiranje samo momenta) pokazuje ponašanje koje je u skladu s ponašanjem prisutnim kod BFSS 12/10 motora s razdvojenim sustavom namota.

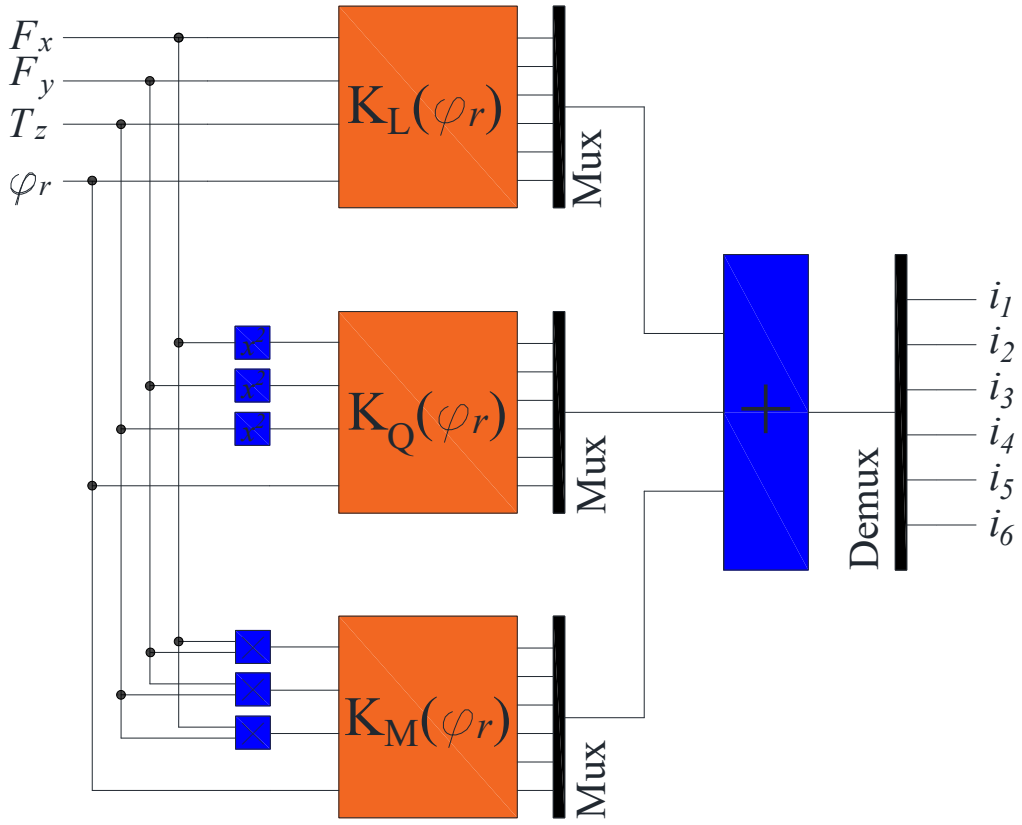
5.4 Eksperimentalna provjera izrađene regulacijske strukture

Kao što je prethodno objašnjeno, razvijena regulacijska struktura eksperimentalno je provjerena na postojećem BFSS 12/10 motoru s razdvojenim sustavom namota, na način da je razdvojeni sustav namota prespojen u kombinirani sustav namota. Regulacijska struktura implementirana je na digitalni signalni procesor TMS320F2811 koji je ugrađen u modul energetske elektronike. Implementacija razvijene regulacijske strukture olakšana je upotrebom X2C alata [57]. Alat X2C pogodan je za brzu implementaciju upravljačkih struktura u digitalni signalni procesor (DSP), pošto omogućuje prevođenje blokovske strukture upravljanja izrađene u Matlab/Simulinku ili u Scilab/Xcos-u u C kôd koji je u takvom obliku da je pogodan za prevođenje u strojni kôd DSP-a. Osim spomenutog, X2C alat podržava i druge mogućnosti kao što su praćenje varijabli procesa (prikaz u stvarnom vremenu i spremanje podataka), stvaranje korisnički definiranih blokova, snimanje korisničkog programa na DSP, promjenu parametara u stvarnom vremenu (bez potrebe zaustavljanja procesora i ponovnog snimanja korisničkog programa), automatsko generiranje izvještaja, kao i simulaciju izrađene blokovske strukture bez potrebe korištenja DSP-a [57].

Za mjerenje radijalne pozicije rotora (u svrhu regulacije radijalnog položaja) motor je opremljen senzorima vrtložnih struja. Za svaku os (x-, y-) koriste se po dva senzora vrtložnih struja u diferencijalnom spoju, dok se za mjerenje kuta rotora koriste tri Hallova senzora umetnuta između statorskih zubiju [44]. Modul energetske elektronike snage 2kW opremljen je sa dva standardna trofazna izmjenjivača s utisnutim naponom spojena na istosmjerni međukrug napona 300V [37]. Djelovanje regulacijske strukture eksperimentalno je provjereno u slučajevima kada je sklopna frekvencija izmjenjivača iznosila 10kHz i 15kHz.

Regulacijske strukture koje su implementirane koriste inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do prvog i drugog stupnja, prilagodbom postojeće regulacijske strukture BFSS 12/10

motora s razdvojenim sustavom namota. Implementacija regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni model rastavljen u Taylorov do trećeg stupnja nije rađena uslijed prevelikih računskih zahtijeva koje ona postavlja na DSP te nemogučnosti provjere iste. Pošto implementacija regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni model prvog stupnja pretpostavlja linearnu ovisnost razvijene sile o strujama, ona se može svrstati u standardnu regulacijsku strukturu kod koje je inverzni strujni model implementiran u smislu standardne $\boldsymbol{K}_m(\varphi_R)$ matrice, te je u usporedbi s postojećom regulacijskom strukturom BFSS 12/10 motora s razdvojenim sustavom namota razlika samo u koeficijentima $\boldsymbol{K}_m(\varphi_R)$ koji su proračunati i prilagođeni za kombinirani sustav namota.

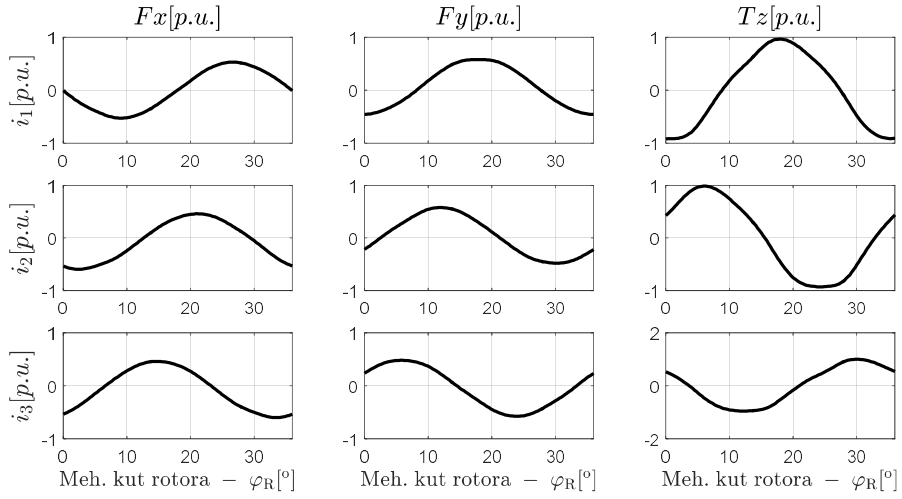


Slika 5.17. Implementacija inverznog strujnog modela rastavljenog u Taylorov red do drugog stupnja u smislu standardnih $\mathbf{K_m}(\varphi_R)$ matrica.

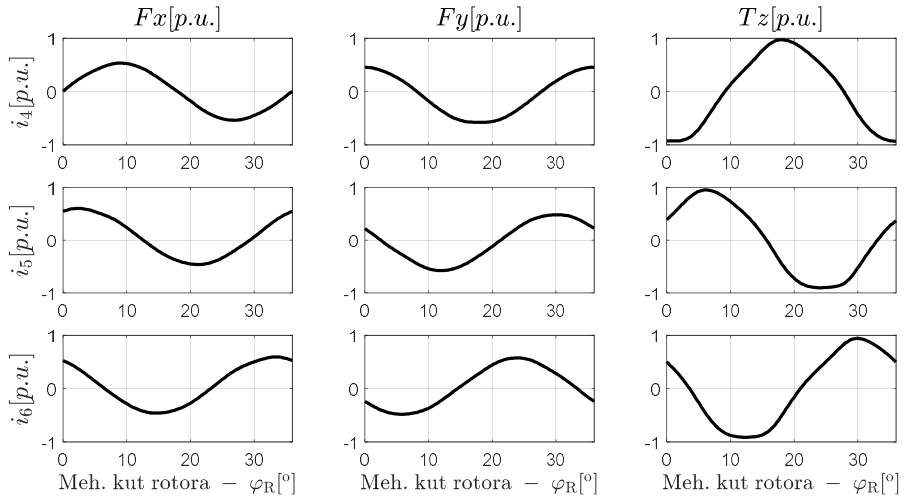
Eksperimentalna provjera regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni model drugog stupnja zahtijeva implementaciju izraza (5.10), čiji je blokovski prikaz u smislu standardnih

$\boldsymbol{K_m}(\varphi_R)$ matrica prikazan na slici 5.17. Budući da je TMS320F2811 po svojoj internoj strukturi 16 bitni DSP sa cjelobrojnom aritmetikom (eng. *fixed point*), zahtijeva se prikaz realnih brojeva u cjelobrojnom obliku (kod ovog tipa procesora postoji mogučnost emulacije aritmetike s posmačnim zarezom međutim ona zahtijeva više procesorskog vremena po operaciji od cjelobrojne aritmetike). Kako je u implementaciji korišten I1Q15 format[58] cjelobrojnog broja, svi koeficijenti inverznog strujnog modela modificirani su na način da izlazi iz bloka inverznog strujnog modela budu u intervalu od -1 do 1, dakle u skladu sa I1Q15 formatom broja. Iako je korištenjem knjižnice X2C alata moguće napraviti implementaciju inverznog strujnog modela drugog stupnja u smislu $K_m(\boldsymbol{\varphi_R})$ matrica (prema slici 5.17), u svrhu smanjenja računske zahtijevnosti izrađen je korisničko definirani X2C blok naziva F2C$_2$ (F2C$_2$ → Forces(Torque) to Currents 2nd order) kojim je implementiran inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do drugog stupnja. Koeficijenti inverznog strujnog modela u F2C$_2$ bloku (analogno kao i u $K_m(\boldsymbol{\varphi_R})$ matrici) spremljeni su u obliku dvodimenzionalne tablice (eng. *lookup table*, diskretno po kutu rotora), pri čemu je prijelaz iz diskretnog u kontinuirani model napravljen korištenjem po dijelovima linearne interpolacije (između poznatih vrijednosti). Pošto su koeficijenti inverznog strujnog modela isključivo funkcije kuta rotora moguće ih je prikazati.

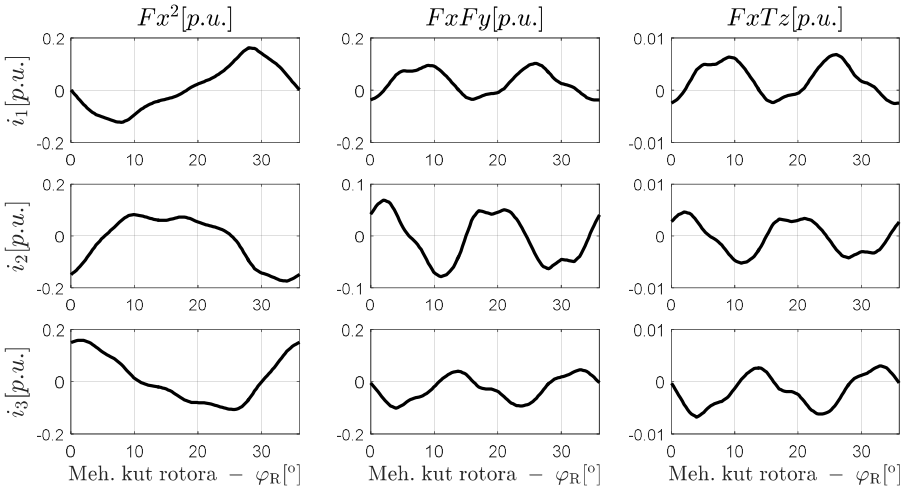
Prikaz normaliziranih koeficijenata, u obliku kako su implementirani na DSP, prikazani su na slikama od 5.18a do 5.18d. Pošto inverzni strujni model drugog reda, uz zanemarenje valovitosti, ima 9 koeficijenata po fazi, slijedi da je za implementaciju cjelokupnog inverznog strujnog modela potrebno implementirati ukupno 54 koeficijenta ovisnih o kutu rotora.



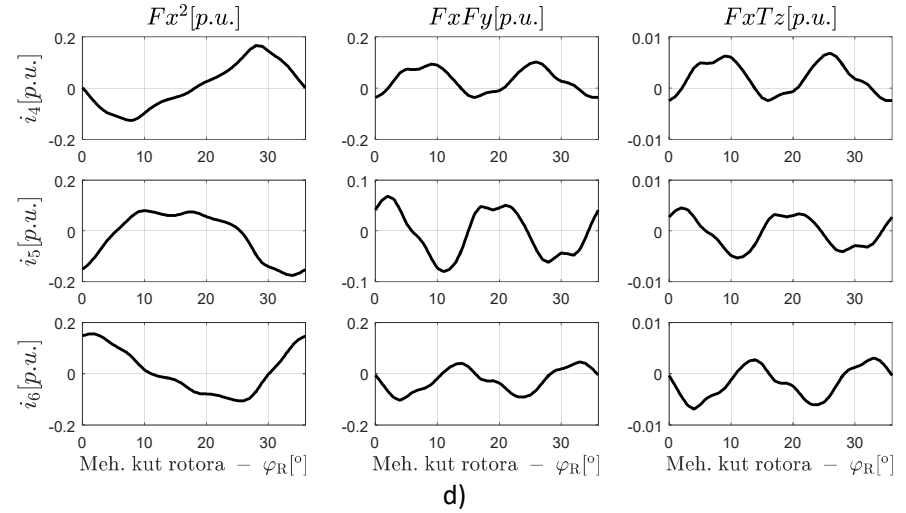
a)


$Fx[p.u.]$
$Fy[p.u.]$
$Tz[p.u.]$
$i_4[p.u.]$
$i_5[p.u.]$
$i_6[p.u.]$
Meh. kut rotora $-$ $\varphi_R[^o]$

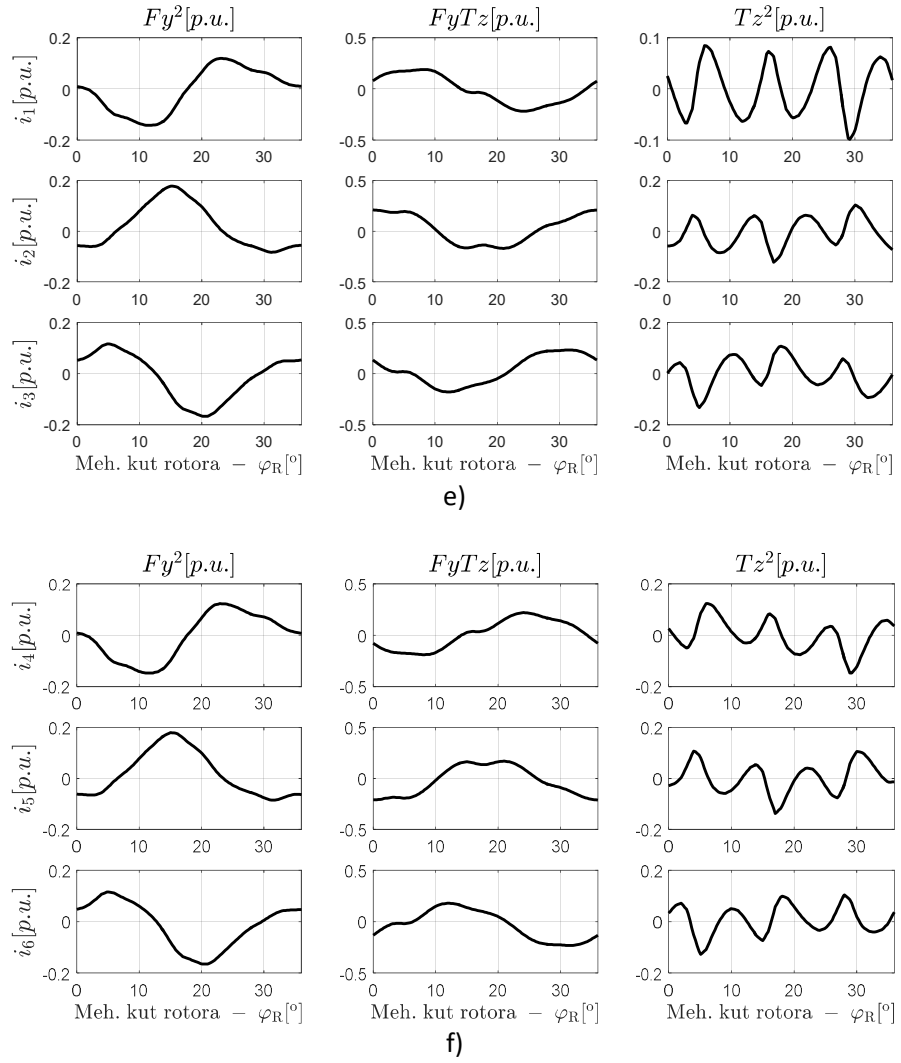
b)


$Fx^2[p.u.]$
$FxFy[p.u.]$
$FxTz[p.u.]$
$i_1[p.u.]$
$i_2[p.u.]$
$i_3[p.u.]$
Meh. kut rotora $-$ $\varphi_R[^o]$

c)

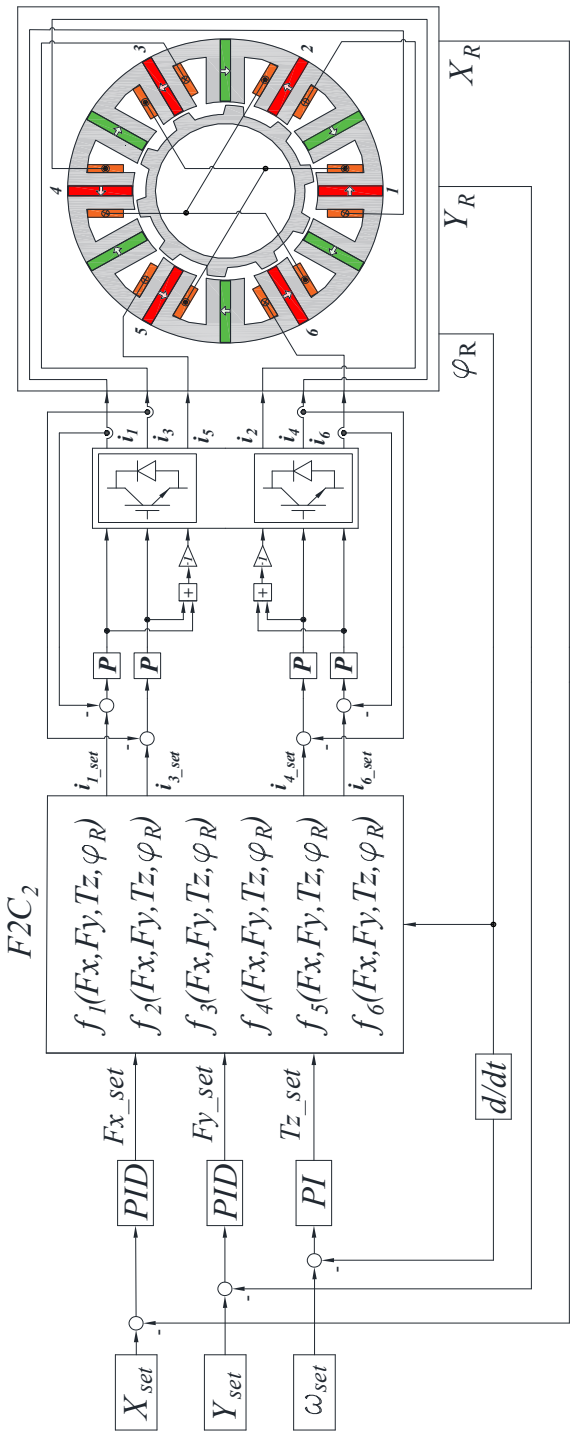

$Fx^2[p.u.]$
$FxFy[p.u.]$
$FxTz[p.u.]$
$i_4[p.u.]$
$i_5[p.u.]$
$i_6[p.u.]$
Meh. kut rotora $-$ $\varphi_R[^o]$

d)

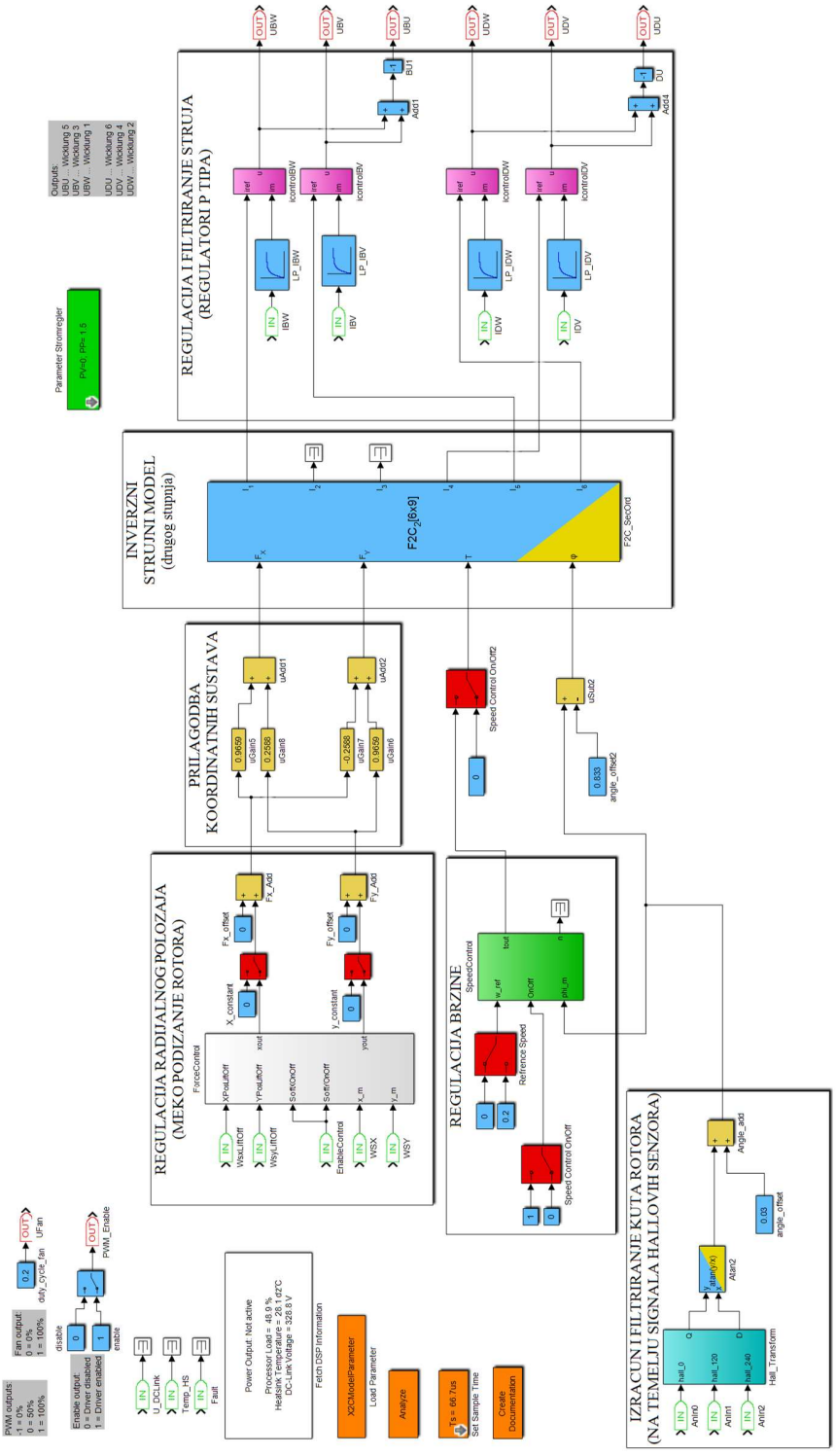


Slika 5.18. Normalizirani koeficijenti inverznog strujnog modela rastavljenog u Taylorov red do drugog stupnja implementirani u $F2C_2$ blok.

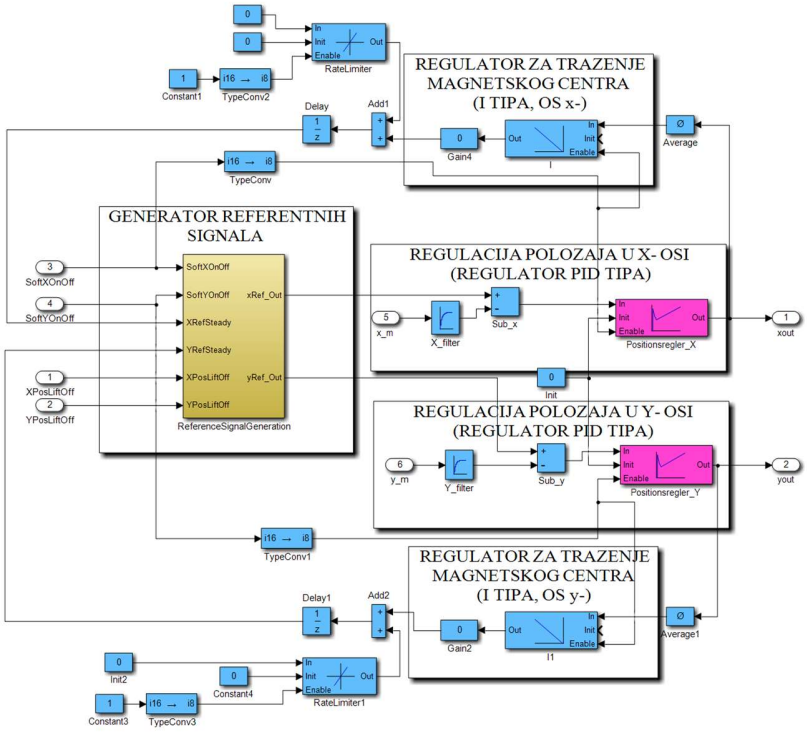
Na slici 5.19 dan je prikaz implementirane regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni model drugog stupnja. U blok $F2C_2$ spremljeni su koeficijenti inverznog strujnog modela prikazani na slici 5.18. Regulacijska struktura je dobivena modifikacijom postojeće regulacijske strukture, na način da je $\boldsymbol{K_m}(\varphi_R)$ matrica zamijenjena $F2C_2$ blokom, dok je ostatak regulacijske strukture ostao isti. Kao što je prethodno objašnjeno, radi se o kaskadnoj regulacijskoj strukturi s unutarnjim strujnim regulacijskim krugovima, te s vanjskim regulacijskim krugovima koji služe za regulaciju radijalnog položaja i brzine vrtnje motora. U blok $F2C_2$ uvodi se varijabla kuta rotora, analogno kao i kod standardne $\boldsymbol{K_m}(\varphi_R)$ matrice, te se radi o upravljačkoj strukturi koja koristi princip linearizacije u povratnoj vezi (eng. *state feedback linearization*).



Slika 5.19. Regulacijska struktura BFSS 12/(6)10 motora s kombiniranim sustavom namota koja koristi inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do drugog stupnja.



Slika 5.20. Blokovska shema regulacijske strukture BFSS 12/(6)10 motora s kombiniranim sustavom namota izrađena korištenjem X2C alata u svrhu njene implementacije na DSP.



Slika 5.21. Sadržaj bloka *ForceControl* sa slike **5.20**. Regulacija radijalnog položaja, generator referentnih signala.

Kao što je prethodno objašnjeno, uloga $F2C_2$ bloka (slika 5.19) je izračun potrebnih struja koje je potrebno utisnuti u faze motora u cilju postizanja što je moguće boljeg poklapanja zadanih i ostvarenih sila i momenta. U idealnom slučaju, postoji potpuna jednakost zadanih sila i momenta s ostvarenim silama i momentom, i u tom slučaju cjelina koju sačinjava bezležajni motor sa svojom regulacijskom strukturom predstavlja zapravo tri raspregnuta i linearna regulacijska kruga. Budući da implementirani inverzni strujni model predstavlja samo aproksimaciju inverznog strujnog modela, slijedi da će u stvarnosti postojati određena sprega među osima kao i određene nelinearnosti.

Na slici 5.20 prikazana je regulacijska struktura izrađena u Matlab/Simulink programskom paketu korištenjem X2C alata, u svrhu njene implementacije u digitalni sustav upravljanja (DSP). Nakon što je regulacijska struktura izrađena u blokovskom prikazu (slike 5.20 i 5.21), ona je uz pomoć X2C alata prevedena u C kôd, te je potom dobiveni C kôd preveden u strojni kôd korištenjem *Code Composer Studio* programskog alata [59].

Promotre li se slike 5.20 i 5.21 može se primjetiti da se principijelno radi o implementaciji regulacijske strukture prikazane na slici 5.19, s razlikom što implementirana regulacijska struktura koristi još i dodatna dva spora regulatora I- tipa koji služe za pronalazak magnetskog centra motora

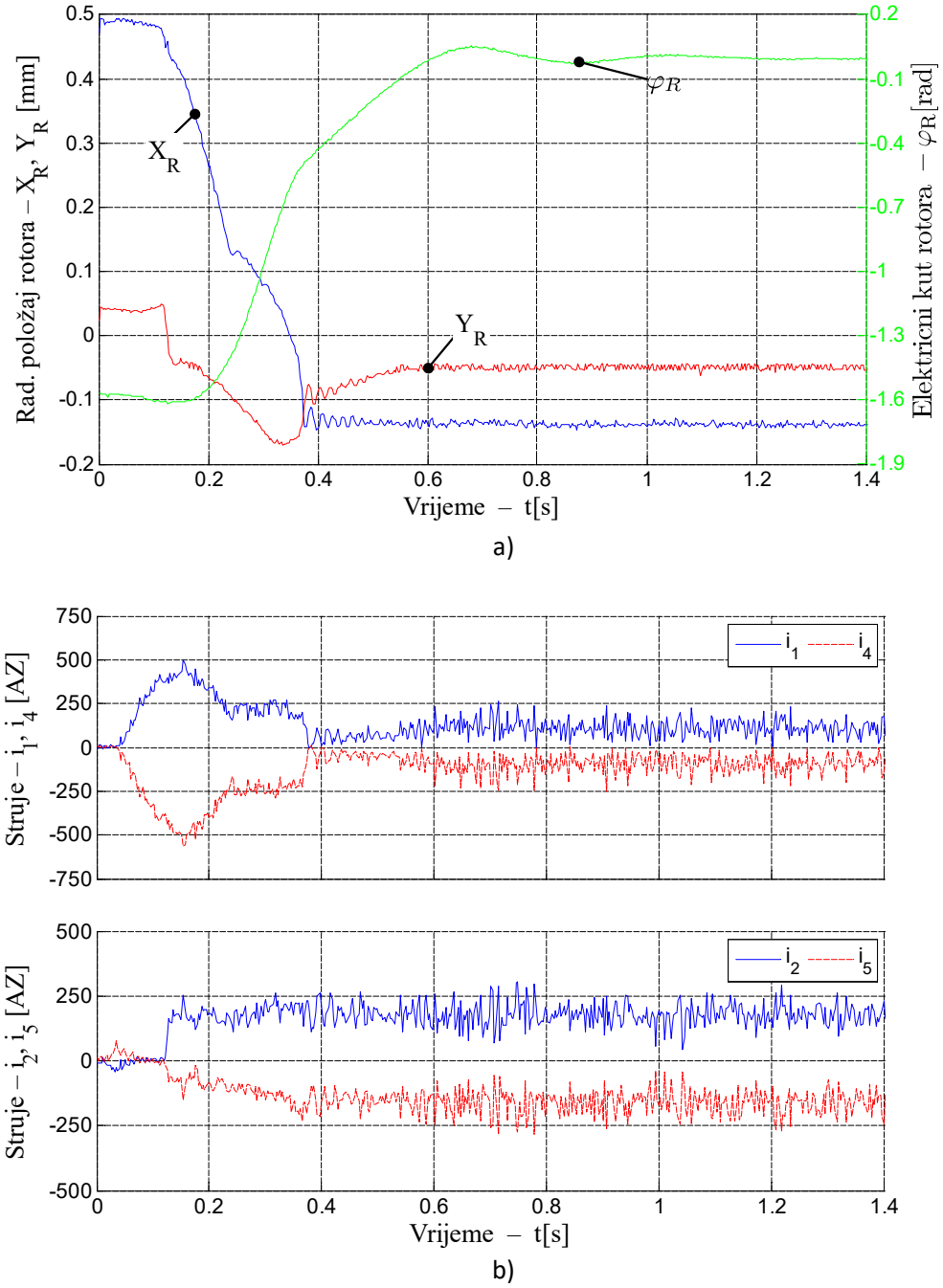
kako bi se eliminirala eventualna greška senzora radijalnog položaja rotora ili eventualno odstupanje magnetskog i geometrijskog centra motora. Smisao regulatora za traženje magnetskog centra je minimizacija potrebne sile ležaja (a time i struja) podignutog rotora, odnosno pronalazak stvarnog (magnetskog) centralnog položaja rotora koji ne mora odgovarati i geometrijskom centru uslijed nesavršenosti izrade i nesimetrije motora. Koncept korištenja regulatora za traženje magnetskog centra motora naslijeđen je iz postojeće regulacijske strukture BFSS 12/10 motora s razdvojenim sustavom namota (nije razvijen kao dio ovog istraživanja). Međutim, rezultati laboratorijskih ispitivanja u slučaju razvijene upravljačke strukture pokazali su da motor jednako dobro radi s i bez regulatora za traženje magnetskog centra, odnosno nije postojala potreba za njihovim korištenjem.

5.4.1 Eksperimentalna verifikacija ponašanja motora unutar nazivnog radnog područja (Dinamička stanja sustava)

U ovom potpoglavlju dani su rezultati eksperimentalne provjere razvijene regulacijske strukture u dinamičkim uvjetima. Cilj provedenih mjerenja je provjera razvijene regulacijske strukture u smislu njene sposobnosti da omogući normalan rad motora, što uključuje njenu sposobnost da omogući podizanja rotora, zalet motora, stabilan rad motora u slučaju pojave poremećajnih sila, kao i rad motora van centralnog položaja. Provedena mjerenja, čiji su rezultati dani u ovom potpoglavlju, odnose se na regulacijsku strukturu koja koristi inverzni strujni model drugog stupnja (Slika 5.19). Potrebno je naglasiti da korištenje regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni model prvog stupnja nije uspjela podignuti rotor, te u slučaju njenog korištenja nije bilo moguće napraviti mjerenja koja se odnose na ponašanje motora u dinamičkim uvjetima. Prilikom provedbe laboratorijskih ispitivanja, čiji su rezultati dani u ovom potpoglavlju, korišteni su strujni regulatori P- tipa, dok su regulatori radijalnog položaja bili PID ili PD tipa.

Za razliku od regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni modela prvog stupnja, regulacijska struktura koja koristi inverzni strujni model drugog stupnja uspješno je podignula rotor, kao što se može vidjeti na slici 5.22a, koja prikazuje radijalni položaj i kut rotora u fazi podizanja rotora. U početnom trenutku rotor je otklonjen oko 0.5mm od centralnog položaja, nakon čega slijedi proces podizanja rotora. Po uključenju regulacijske strukture (približno u trenutku t=0.05s), struje se počinju lagano povećavati (uslijed djelovanja generatora referentnih signala), čime se posljedično povećava generirana sila, a time smanjuje reakcija mehaničkog ležaja. U ovoj

fazi (prvih 0.15s) rotor još miruje u otklonjenom položaju. Kada struje motora postignu dovoljno veliki iznos, generirane radijalne sile postanu veće od destabilizirajuće radijalne sile, što rezultira radijalnim gibanjem rotora u smjeru centralnog položaja. Iz slika 5.22a i 5.22b može se zaključiti da proces pomicanja rotora iz otklonjenog u centralni položaj započinje u trenutku kada su struje na maksimumu.



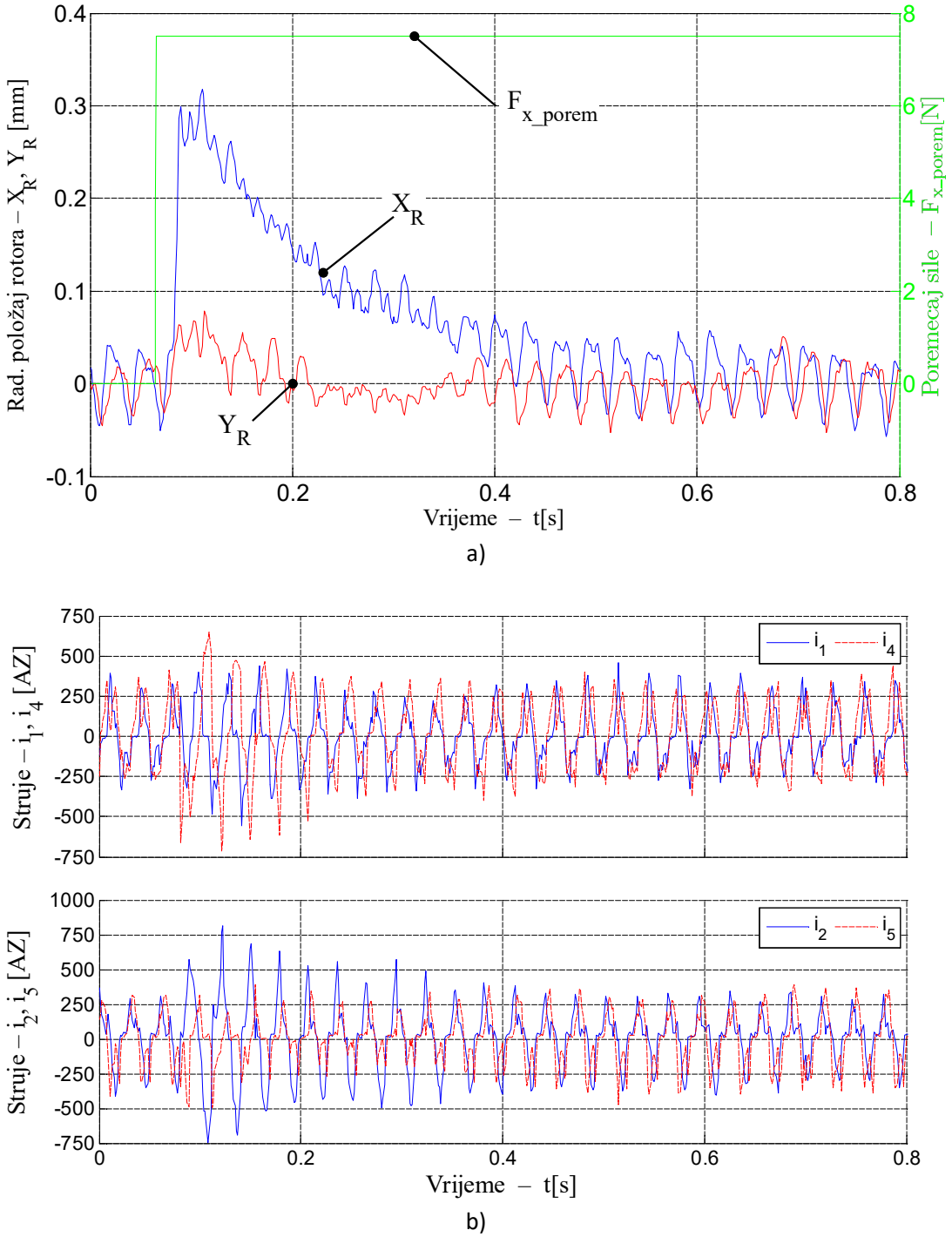
Slika 5.22. Rezultati mjerenja napravljenih u svrhu testiranja sposobnosti regulacijske strukture da podigne rotor, a) radijalna pozicija i kut rotora, b) struje motora. Korištenje PD regulatora radijalnog položaja.

Proces približavanja rotora centralnom položaju praćen je smanjenjem struja motora, što je očekivan rezultat pošto se smanjenjem udaljenosti rotora od centralnog položaja smanjuju destabilizirajuće sile. Nakon približno 0.6s završio je proces podizanja rotora i rotor je zauzeo stabilan položaj u kojem je otklonjen za oko 0.15mm od centralnog položaja, ali sada korištenjem magnetske, a ne mehaničke suspenzije rotora. Činjenica što je rotor nakon podizanja još uvijek malo otklonjen od centralnog položaja posljedica je korištenja PD regulatora položaja. Otklonjenost rotora od centralnog položaja nakon njegova podizanja ima za posljedicu postojanje struja koje nisu jednake nuli iako rotor motora nije opterećen momentom tereta, odnosno radi se o strujama koje generiraju radijalne sile. Sam proces podizanja rotora praćen je i promjenom kuta rotora, kao što se može vidjeti na slici 5.22a. Promjena kuta rotora u fazi podizanja rotora posljedica je netočnosti inverznog strujnog modela, ali radi se o relativno maloj promjeni kuta rotora od 1.5 rad el. koja ne utječe značajnije na ponašanje cjelokupnog sustava.

Na slici 5.23 prikazani su rezultati mjerenja u uvjetima dinamičkih stanja koja su provedena s ciljem utvrđivanja sposobnosti rada motora prilikom pojave vanjske poremećajne sile koja djeluje na rotor. Mjerenja koja su provedena za slučaj dinamičkih stanja su napravljena pri konstantnoj mehaničkoj brzini vrtnje motora od 200 o/min, te pri konstantnom momentu tereta od oko 0.37Nm. Odziv radijalne pozicije rotora prikazan na slici 5.23 pokazuje prisutnost manjih oscilacija čija frekvencija odgovara frekvenciji struja motora koja je određena električnom brzinom vrtnje rotora. Uzrok ovih oscilacija nije jednoznačan te može postojati više razloga uslijed kojih se pojavljuju oscilacije, kao što su nesavršeno balansiran rotor, nelinearnosti pretvarača, greške senzora, prisutnost šumova i smetnji u mjerenim signalima, kao i netočnost inverznog strujnog modela.

U početnom trenutku se rotor nalazi u centralnom položaju i u približno 0.05s pojavljuje se vanjska poremećajna sila na rotor u x- smjeru iznosa 7.5N. Uslijed pojave vanjske poremećajne sile dolazi do kratkotrajnog otklona rotora iz njegovog centralnog položaja. Otklon rotora iz centralnog položaja praćen je povećanjem struja motora, kao što se može vidjeti na slici 5.23b. Maksimalni otklon rotora od centralnog položaja pojavljuje se ubrzo nakon djelovanja poremećaja, nakon čega se uslijed djelovanja regulacijske strukture on vraća natrag u centralni položaj, pri čemu vrijeme smirivanja iznosi oko 400ms.

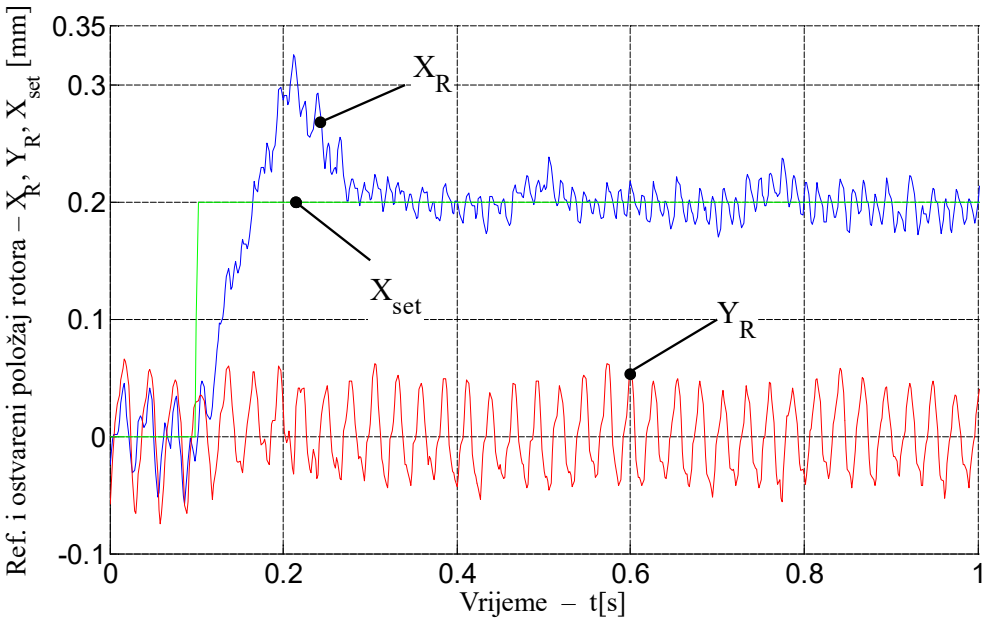
Analizira li se detaljnije slika 5.23a, može se primjetiti da postoji mali otklon rotora i u y-smjeru, što upućuje na postojanje određene sprege između x- i y- osi.



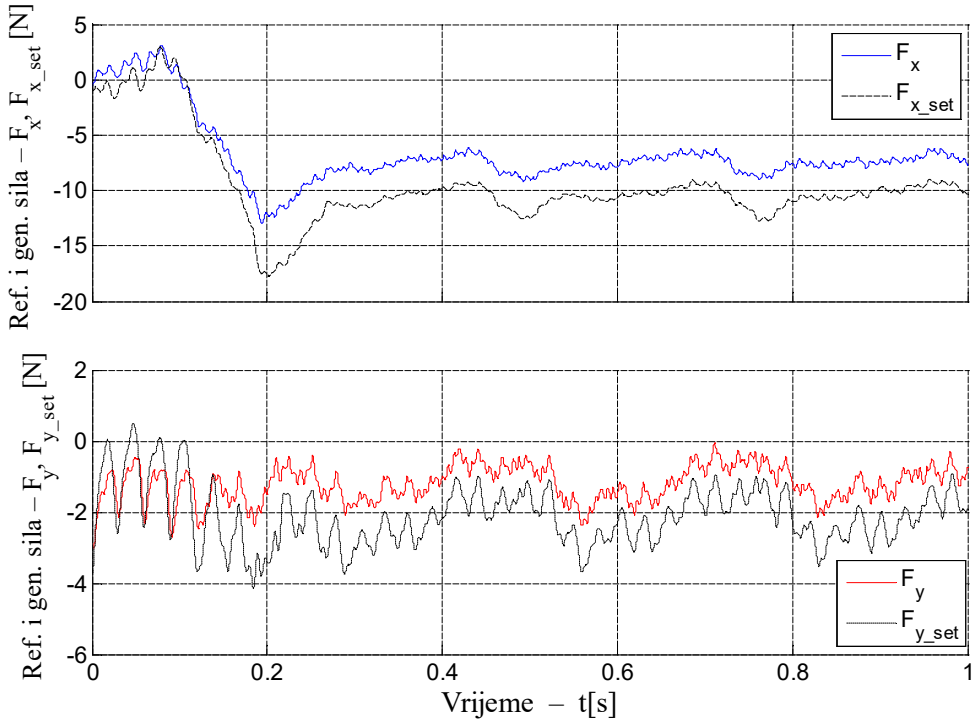
Slika 5.23. Rezultati mjerenja napravljenih u svrhu testiranja sposobnosti regulacijske strukture da omogući rad motora prilikom pojave vanjske poremećajne sile, a) radijalna pozicija i poremećajna sila, b) struje motora. Korišteni su PID regulatori položaja rotora.

Na slici 5.24 prikazani su rezultati mjerenja provedeni u svrhu provjere regulacijske strukture u smislu njene sposobnosti da omogući rad motora van centralnog položaja. Laboratorijsko ispitivanje provedeno je pri konstantnoj mehaničkoj brzini vrtnje rotora iznosa od

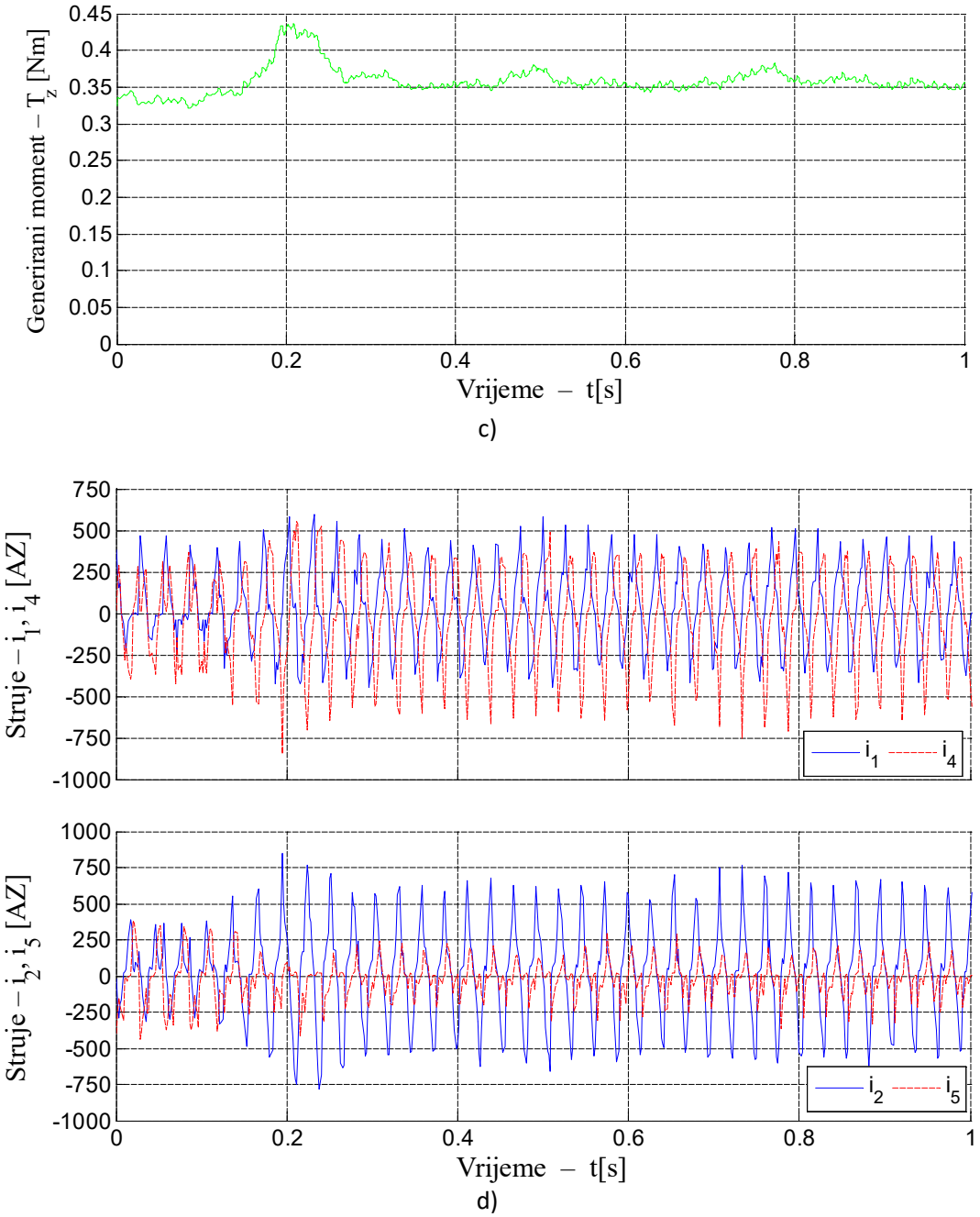
200 o/min te pri približno konstantnom momentu tereta od 0.37Nm, kao što je i prikazano na slici 5.24c.



a)



b)



Slika 5.24. Rezultati mjerenja napravljenih u svrhu testiranja sposobnosti regulacijske strukture da omogući rad motora van centralnog položaja, a) ostvareni (stvarni) i zadani (referentni) radijalni položaj, b) zadane i ostvarene (generirane) radijalne sile na rotor, c) moment tereta, d) struje motora. Korišteni PID regulatori položaja rotora.

Rotor se u početku nalazi u centralnom položaju, vrti se konstantnom brzinom vrtnje te je opterećen konstantnim momentom tereta. Uslijed prisutnog momenta tereta, i uslijed prisutnih smetnji i oscilacija, kroz faze motora protječe struja amplitude od približno 400 Az. U trenutku t=0.1s skokovito se mijenja referentni položaj rotora u x- smjeru, s iznosa 0mm na iznos 0.2mm kako je i prikazano na slici 5.24a. Uslijed promjene referentnog signala radijalnog položaja rotor

napušta centralni položaj, te nakon približno 250ms od trenutka skokovite promjene referentnog signala položaja nastavlja rad u novoj radnoj točci u kojoj je otklonjen 0.2mm od centralnog položaja. Pomak rotora od centralnog položaja praćen je povećanjem generirane i ostvarene sile, te posljedično i povećanjem struja motora, kao što je vidljivo na slikama 5.24b i 5.24d. Rad motora u otklonjenom položaju doveo je do pojave destabilizirajuće sile koja iznosi oko 0.2*45=9N u smjeru osi x-. Kako bi se kompenzirao utjecaj destabilizirajuće sile koja se pojavila uslijed otklona rotora, odnosno kako bi se omogućio rad motora u otklonjenom položaju, došlo je do pojave generirane sile iznosa oko -9N, što se može vidjeti na slici 5.24b.

Promotri li se slika 5.24b može se zaključiti da postoji primjetno odstupanje između zadane i ostvarene sile u x- smjeru, kao i postojanje male sile u y- smjeru. Prisutno odstupanje zadane i ostvarene sile u x- smjeru, kao i pojava male sile u y- smjeru, uglavnom je posljedica greške koju uvode strujni regulacijski krugovi, pošto su za regulaciju struja korišteni regulatori P- tipa.

Dobiveni rezultati vezano za rad motora van centralnog položaja su očekivani. Naime, pošto je regulacijska struktura u stanju podignuti rotor iz položaja u kojem je on inicijalno otklonjen za 0.5 mm, za očekivati je da će biti u stanju omogućiti rad motora u položaju u kojem je on otklonjen za 0.2mm.

Sumarno, iz rezultata dinamičkih ispitivanja razvijene regulacijske strukture danih u ovom potpoglavlju mogu se donijeti sljedeći zaključci:

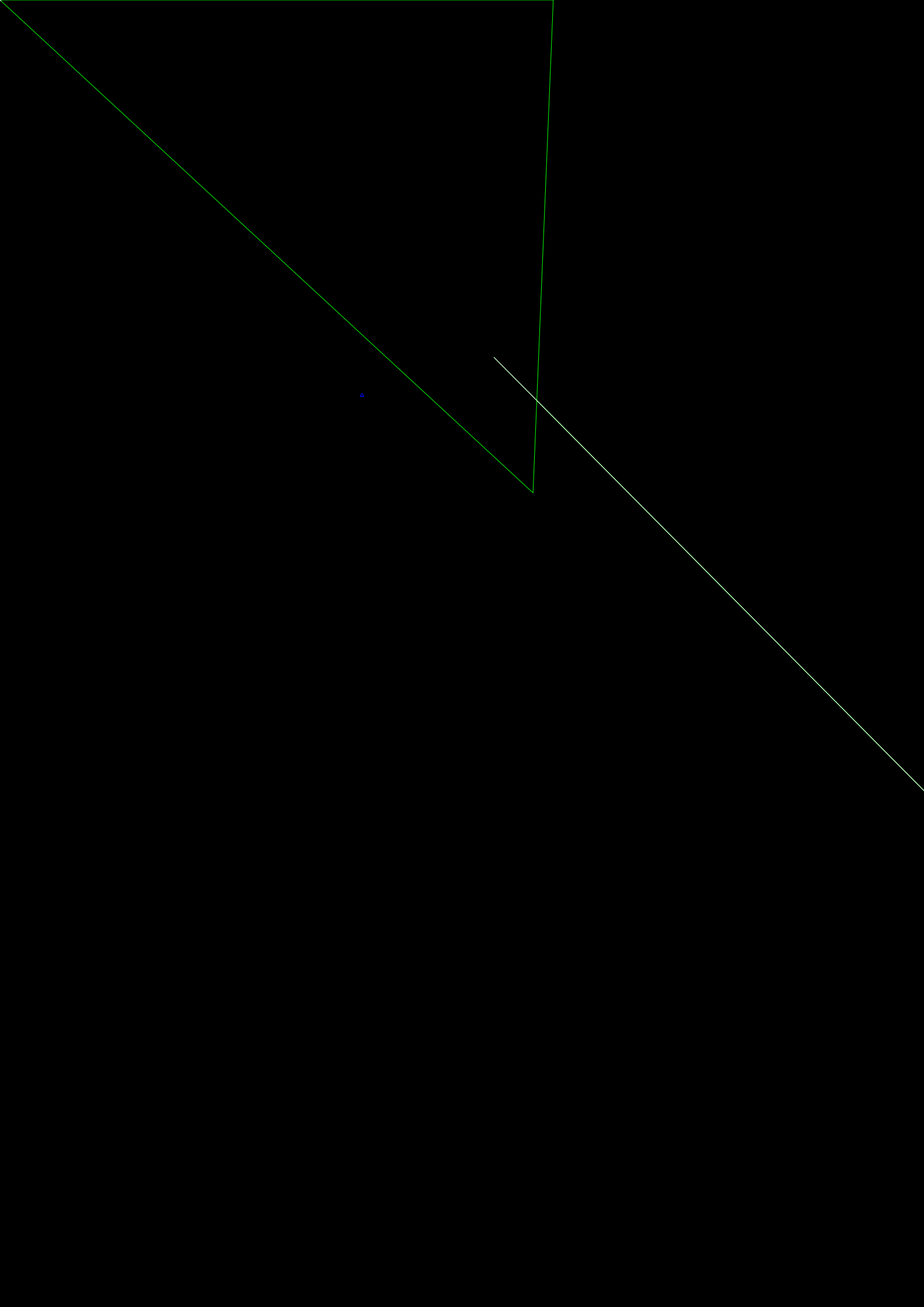
- Analogno kao i u slučaju simulacija, regulacijska struktura koja koristi inverzni strujni model prvog stupnja nije dovoljno točna da omogući rad motora, pošto nije u stanju podignuti rotor.
- Regulacijska struktura koja koristi inverzni strujni model drugog stupnja omogućuje rad motora.
- Odzivi dobiveni mjerenjima nisu tako "idealni" kao odzivi dobiveni simulacijama. Odzivi radijalnog položaja rotora dobiveni mjerenjima na BFSS 12/10 motoru posjeduju primjetno veće oscilacije od odziva radijalnog položaja koji su dobiveni simulacijama. Osim spomenute razlike u odzivima radijalnog položaja, može se uočiti da su i valni oblici struja dobiveni mjerenjima lošiji od valnih oblika struja dobivenih simulacijama. Naime, struje dobivene mjerenjima više odstupaju od sinusoidalnih valnih oblika nego što je to u slučaju odziva dobivenih simulacijama.

5.4.2 Eksperimentalna provjera kvalitete ponašanja regulacijske strukture (mjerenja provodena u statičkim stanjima)

U ovom su potpoglavlju dani rezultati statičkih mjerenja u cilju ocjene kvalitete ponašanja razvijene upravljačke strukture. Mjerenje čiji su rezultati dani u ovom potpoglavlju napravljeno je za slučaj korištenja inverznog strujnog modela prvog i drugog stupanja u statičkim stanjima. Naime, za razliku od mjerenja u dinamičkim uvjetima, mjerenja provedena u statičkim stanjima ne zahtijevaju magnetsku suspenziju rotora, te ih je bilo moguće provesti i za slučaj korištenja inverznog strujnog modela prvog stupnja (standardna $\boldsymbol{K_m}(\varphi_R)$). Statička mjerenja napravljena su sa eksperimentalnim postavom kao što je prikazano na slici 4.7, što znači da je rotor u centralnom položaju stabiliziran mehaničkim ležajem.

Statička mjerenja provedena su u "otvorenoj petlji", što znači da su prekinuti vanjski regulacijski krugovi iza regulatora položaja i regulatora brzine. Točnije govoreći, mjerenja provedena u statičkim stanjima daju ocjenu kvalitete (točnosti) inverznog strujnog modela kojeg koristi regulacijska struktura. Za razliku od mjerenja u dinamičkim uvjetima, mjerenja u statičkim uvjetima provedena su korištenjem strujnih regulatora PI tipa, kako bi se eliminirala greška strujnih regulacijskih krugova. Naime, kod provedbe provedbe mjerenja u stacionarnim uvjetima varijable procesa (položaj, kut, struje,…) su nepromjenjive, te se za razliku od mjerenja u dinamičkim uvjetima ne zahtijeva brzina djelovanja, već se zahtijeva što je moguće veća točnost strujnih regulacijskih krugova.

Ocjena kvalitete regulacijske strukture sastoji se u usporedbi zadanih i ostvarenih radijalnih sila i momenta, te je regulacijska struktura to kvalitetnija što je poklapanje zadanih i ostvarenih sila bolje. U regulacijskoj strukturi se na ulaz $F2C_2$ bloka (ili $\boldsymbol{K_m}(\varphi_R)$ matrice) postave vrijednosti radijalnih sila i momenta koje se žele ostvariti na rotor. Potom se mjerenjem utvrđuje stvarna sila koja djeluje na rotor i to za veći broj vrijednosti kuta rotora. Kut rotora se mijenja ručno, korištenjem glave za namještanje kuta rotora, pri čemu se prilikom mijenjanja kuta rotora zadane sile i moment drže konstantnima. Mjerenje se ponavlja za više različitih kombinacija zadanih radijalnih sila i momenta, što rezultira s više krivulja (orbita) konstantnih zadanih sila i momenta, kao što je prikazano na slikama 5.25 i 5.26. Na slikama su pored krivulja konstantnih zadanih sila i momenta navedene pripadajuće vrijednosti zadanih sila i momenta, te kao što se može primjetiti,



Usporede li se slike 5.25 i 5.26 jasno se može vidjeti da korištenje inverznog strujnog modela drugog stupnja (slika 5.26) daje bolje rezultate od korištenja inverznog strujnog modela prvog stupnja. Naime, krivulje konstantnih zadanih sila i momenta bliže su svojim zadanim vrijednostima (označene crnim popunjenim kružićima), a rasipanje krivulja konstatnih zadanih sila i momenta u slučaju inverznog strujnog modela drugog stupnja manje je od rasipanja krivulja u slučaju korištenja inverznog strujnog modela prvog stupnja.

6. Zaključak

Rezultati istraživanja prezentirani u ovom radu pokazali su da je moguće napraviti nelinearnu regulacijsku strukturu bezležajnog motora kod kojeg nije moguće zanemariti nelinearnu vezu razvijenih sila i struja. Razvijena regulacijska struktura može se smatrati "prirodnim" proširenjem postojećih regulacijskih struktura, te predstavlja napredak u području razvoja bezležajnih motora. Iako je razvijena regulacijska struktura izrađena za slučaj BFSS 12/10 motora, predstavljena metodologija rješavanja problematike izrade regulacijske strukture može se primijeniti i na druge vrste bezležajnih motora u slučaju potrebe.

U radu su nevedene sve faze od kojih se istraživanje sastojalo, što uključuje izradu modela bezležajnog motora, eksperimentalnu provjeru izrađenog modela bezležajnog motora, uvođenje koncepta koji omogućuje određivanje i pojednostavljenje inverznog strujnog modela, simulacijsku provjeru uvedenog koncepta, izradu simulacijske sheme za provedbu dinamičkih simulacija, implementaciju razvijene regulacijske strukture i njenu eksperimentalnu provjeru.

U radu je najprije kratko objašnjena problematika upravljanja bezležajnim motorima. Potom su objašnjeni osnovni fizikalni principi rada BFSS 12/10 motora pošto je BFSS 12/10 motor korišten za provedbu istraživanja. U sljedećem koraku određen je strujni model BFSS 12/10 motora sa kombiniranim sustavom namota koji je potom i eksperimentalno provjeren.

Po određivanju strujnog modela BFSS 12/10 motora sa kombiniranim sustavom namota, određen je inverzni strujni model rješavanjem optimizacijskog problema. Kako bi inverzni strujni model, kao sastavni dio regulacijske strukture, bio pogodan za implementaciju na sustav upravljanja bezležajnog motora, predloženo je njegovo pojednostavljenje razvojem inverznog strujnog modela u Taylorov red. Uvedeni koncept pojednostavljenja inverznog strujnog modela je provjeren simulacijama, te je napravljena analiza točnosti aproksimacije u ovisnosti o stupnju Taylorovog reda. Rezultati simulacija analize točnosti pokazali su da se uvedeni koncept pojednostavljenja inverznog strujnog modela može koristiti za aproksimaciju inverznog strujnog modela, odnosno omogućava pronalazak pojednostavljenog inverznog strujnog modela u obliku

[53] W. Gruber, W. Amrhein, T. Stallinger, H. Grabner, "Bearingless Segment Motor with Buried Magnets", Journal of System Design and Dynamics, vol. 3, no. 5, pp. 704-716, 2009
[54] K. Nenninger, W. Amrhein, S. Silber, G. Trauner, M. Reisinger, „Magnetic circuit design of a bearingless single-phase slice motor“, Proc. 8th ISMB, Mito, Japan 2002
[55] B. Mrak, „Ultra brzi motori sa magnetskim ležajevima“, Diplomski rad, Tehnički Fakultet, Sveučilište u Rijeci, Rijeka 2013
[56] T. Holenstein, M. Schuck and J. W. Kolar, "Performance Benchmarking of a Novel Magnet-Free Bearingless Synchronous Reluctance Slice Motor," in IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society, vol. 1, pp. 184-193, 2020, doi: 10.1109/OJIES.2020.3011926.
[57] https://x2c.lcm.at/, zadnji pristup 15.11.2020.
[58] https://e2e.ti.com/cfs-file/__key/communityserver-discussions-components-files/171/C28x-IQmath-Library.pdf, zadnji pristup 28.12.2020
[59] https://www.ti.com/tool/CCSTUDIO, zadnji pristup 28.12.2020

Popis oznaka i kratica

$\mathbf{0}$	-	nul-vektor
BFSS 12/10		Bezležajni motor sa reluktantnim rotorom u obliku diska (eng. Bearingless Flux Switching Slice motor)
F_x	-	generirana sila na rotor u smjeru *x*- osi u statorskom koordinatnom sustavu
F_y	-	generirana sila na rotor u smjeru *y*- osi u statorskom koordinatnom sustavu
F_x^n	-	generirana sila na rotor u smjeru *x*- osi relativnog koordinatnog sustava *n*-te faze motora
F_y^n	-	generirana sila na rotor u smjeru *y*- osi relativnog koordinatnog sustava *n*-te faze motora
$\boldsymbol{F}$	-	vektor sila i momenta generiranih na rotor
$\boldsymbol{F_l}$	-	vektor sila i momenta za slučaj *l*-te točke za koju se pronalazi rješenje optimizacijskog problema
F_{x_set}	-	sila na rotor u smjeru *x*- osi koja se želi generirati (izlaz iz PID regulatora položaja u smjeru osi *x*-)
F_{y_set}	-	sila na rotor u smjeru *y*- osi koja se želi generirati (izlaz iz PID regulatora položaja u smjeru osi *y*-)
$i_{i,n}$	-	aproksimacija i-te struje inverznog strujnog modela Taylorovim polinomom n-tog stupnja

i_{i_l}	-	*l*-to rješenje optimizacijskog problema struje i-te faze (*l* – indeks točke za koju se rješava optimizacijski problem)
is_n	-	struja *n*-te faze motora
I_{PM}	-	fiktivna struja permanentnog magneta
$\boldsymbol{i_s}$	-	vektor stupac struja motora (elementi vektora sadrže vrijednosti struja faza motora)
$\boldsymbol{i_{s,n}}$	-	aproksimacija vektora struja inverznog strujnog modela Taylorovim polinomom n-tog stupnja
J	-	moment inercije rotora
$\boldsymbol{K_L}(\varphi_R)$	-	matrica (ovisna o kutu rotora) koja opisuje linearne komponente (članove) inverznog strujnog modela.
$\boldsymbol{k_{L,i}}(\varphi_R)$	-	*i*- ti stupac matrice $\boldsymbol{K_L}(\varphi_R)$
$\boldsymbol{K_m}(\varphi_R)$	-	matrica čiji koeficijenti su ovisni o kutu rotora. Matricom su opisane funkcionalne ovisnosti inverznog strujnog modela koji pretpostavlja linearnu ovisnost generiranih sila o strujama. Broj stupaca matrice jednak je broju faza motora.
$\boldsymbol{k_{M,i}}(\varphi_R)$	-	*i*- ti stupac matrice $\boldsymbol{K_M}(\varphi_R)$
$\boldsymbol{K_Q}(\varphi_R)$	-	matrica (ovisna o kutu rotora) koja opisuje kvadratne komponente (članove) inverznog strujnog modela
$\boldsymbol{k_{Q,i}}(\varphi_R)$	-	*i*- ti stupac matrice $\boldsymbol{K_Q}(\varphi_R)$
$\boldsymbol{K_q}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{K_{QL}}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{K_{LQ}}(\varphi_R)$	-	matrice (ovisne o kutu rotora) koje opisuju članove trećeg reda inverznog strujnog modela
$\boldsymbol{K_s}(\varphi_R)$	-	matrica krutosti
k_r	-	radijalna krutostbroj faza motora
m	-	broj faza motora

$\boldsymbol{M}_{Q,x}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{M}_{Q,y}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{N}_{Q,z}(\varphi_R)$	-	reci matrice $\boldsymbol{T_{Q_m}}(\varphi_R)$
$\boldsymbol{M}_{L,x}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{M}_{L,y}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{N}_{L,z}(\varphi_R)$	-	reci matrice $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$
M	-	matrica mase
N	-	broj zubi rotora
$\boldsymbol{R}(\varphi_R)$	-	rotacijska matrica
$\boldsymbol{T_C}(\varphi_R)$	-	vektor koeficijenata strujnog modela (ovisan o kutu rotora) kojom su opisane pulzacije sila i momenta
$\boldsymbol{T}_{c,x}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{T}_{c,y}(\varphi_R)$, $\boldsymbol{T}_{c,z}(\varphi_R)$	-	reci matrice $\boldsymbol{T_C}(\varphi_R)$
$T_{L1n}(\varphi_R)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje linearnu komponentu generirane sile u x-smjeru za slučaj n-te faze motora. Predstavlja element prvog retka i n-tog stupca $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ matrice.
$T_{L2n}(\varphi_R)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje linearnu komponentu generirane sile u y-smjeru za slučaj n-te faze motora. Predstavlja element drugog retka i n-tog stupca $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ matrice
$T_{L3n}(\varphi_R)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje linearnu komponentu generiranog momenta za slučaj n-te faze motora. Predstavlja element trećeg retka i n-tog stupca $\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$ matrice
$T_{L1n}^{n}(\varphi_R^n)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje linearnu komponentu generirane sile u x-smjeru za slučaj n-te faze motora gledano u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze motora
$T_{L2n}^{n}(\varphi_R^n)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje linearnu komponentu generirane sile u y-smjeru za slučaj n-te faze motora gledano u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze motora
$T_{L3n}^{n}(\varphi_R^n)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje linearnu komponentu generiranog momenta za

		slučaj n-te faze motora gledano u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze motora
$\boldsymbol{t}_{Ln}^{n}(\varphi_R^n)$	-	vektor stupac (ovisan o kutu rotora) koji opisuje linearne komponenta generiranih sila i momenta u relativnom koordinantnom sustavu n-te faze motora
$\boldsymbol{T_L}(\varphi_R)$	-	matrica koeficijenata strujnog modela (ovisna o kutu rotora) kojom je opisan linearni udio (komponenta) u ukupnim generiranim silama i momentu
$T_{Q1n}(\varphi_R)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje kvadratnu komponentu generirane sile u x-smjeru za slučaj n-te faze motora. Predstavlja element prvog retka i n-tog stupca $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ matrice
$T_{Q2n}(\varphi_R)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje kvadratnu komponentu generirane sile u y-smjeru za slučaj n-te faze motora. Predstavlja element drugog retka i n-tog stupca $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ matrice
$T_{Q3n}(\varphi_R)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje kvadratnu komponentu generiranog momenta za slučaj n-te faze motora. Predstavlja element trećeg retka i n-tog stupca $\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$ matrice
$T_{Q1n}^{n}(\varphi_R^n)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje kvadratnu komponentu generirane sile u x-smjeru za slučaj n-te faze motora gledano u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze motora
$T_{Q2n}^{n}(\varphi_R^n)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje kvadratnu komponentu generirane sile u y-smjeru za slučaj n-te faze motora gledano u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze motora
$T_{Q3n}^{n}(\varphi_R^n)$	-	skalar (ovisan o kutu rotora) koji opisuje kvadratnu komponentu generiranog momenta za slučaj n-te faze motora gledano u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze motora

$\boldsymbol{t}_{Qn}^{n}(\varphi_R^n)$	-	vektor stupac (ovisan o kutu rotora) koji opisuje kvadratne komponenta generiranih sila i momenta u relativnom koordinantnom sustavu n-te faze motora
$\boldsymbol{T_{Q_m}}(\varphi_R)$	-	matrica koeficijenata strujnog modela (ovisna o kutu rotora) kojom je opisan kvadratni udio (komponenta) u ukupnim generiranim silama i momentu
$\boldsymbol{T_Q}(\varphi_R)$	-	matrica koeficijenata strujnog modela (ovisna o kutu rotora) kojom je opisan kvadratni udio u ukupnim generiranim silama i momentu u slučaju zanemarivih međuinduktiviteta među fazama motora
T_{z_set}	-	moment na rotor koji se želi generirati (izlaz iz PI regulatora brzine)
T_Z	-	razvijeni elektromagnetski moment oko aksijalne osi
T_Z^n	-	razvijeni elektromagnetski moment oko aksijalne osi u relativnom koordinatnom sustavu n-te faze motora
$\boldsymbol{V}_{c,x}$	-	generalizirana Clarkova transformacija
X_R	-	radijalni položaj rotora u smjeru *x*- osi
x-	-	x os statorskog kartezijevog koordinatnog sustava (radijalno usmjerena os)
$\boldsymbol{X_1}$	-	matrica za metodu najmanjih kvadrata za slučaj rastava inverznog strujnog modela u Taylorov red do prvog stupnja
$\boldsymbol{X_2}$	-	matrica za metodu najmanjih kvadrata za slučaj rastava inverznog strujnog modela u Taylorov red do drugog stupnja
$\boldsymbol{X_{3a}}$, $\boldsymbol{X_{3b}}$	-	matrice za metodu najmanjih kvadrata za slučaj rastava inverznog strujnog modela u Taylorov red do trećeg stupnja
Y_R	-	radijalni položaj rotora u smjeru y- osi

y-	-	y os statorskog kartezijevog koordinatnog sustava (radijalno usmjerena os)
Z_R	-	aksijalni položaj rotora
z-	-	z os statorskog kartezijevog koordinatnog sustava (aksijalno usmjerena os)
α_k	-	kut k-te zavojnice motora u odnosu na statorski koordinatni sustav
ω_R	-	kutna brzina rotora
φ_R	-	kut rotora u stotarskom koordinatnom sustavu (oko aksijalne osi)
φ_R^i	-	kut rotora u koordinatnom sustavu i-te faze motora
φ_x	-	kutni pomak rotora oko x- osi
φ_y	-	kutni pomak rotora oko y- osi
$\psi_{i,coil}$	-	ulančan magnetski tok zavojnice kreiran od struje zavojnice
$\psi_{PM,coil}$	-	magnetski tok (ulančan) permanentnih magneta ulančan za zavojnicom
ψ_{PM}	-	tok permanentnog magneta

Popis slika

Slika 2.1. BFSS 12/10 topologija bezležajnog motora u trodimenziolnom prikazu. 11

Slika 2.2. Princip pasivne stabilizacije uslijed djelovanja magnetskog polja permanentnih magneta, gore: pomak rotora u aksijalnom smjeru prema dolje stvara stabilizirajuću silu u aksijalnom smjeru prema gore, dolje: kutni pomak rotora oko radijalnog smjera stvara stabilizirajući moment koji djeluje suprotno od kutnog pomaka. 12

Slika 2.3. Ulančani magnetski tokovi jedne zavojnice BFSS 12/10 motora kao funkcije kuta rotora dobiveni FEM simulacijama (lijevo), te derivacije ulančanih magnetskih tokova po kutu rotora (desno) dobiveni numeričkim deriviranjem ulančenih magnetskih tokova. 16

Slika 2.4. Magnetske silnice permanentnih magneta (PM) i zavojnica BFSS 12/10 motora. (a) presjek BFSS 12/10 motora s magnetskim silnicama. (b), (c) magnetske silnice permanentnih magneta ulančane s zavojnicom 4 za različite relativne položaje rotorskog zuba u odnosu na PM četvrte zavojnice. (d), (e) magnetske silnice permanentnih magneta i struje zavojnice 10 koje su ulančane sa zavojnicom 10 za različite relativne položaje rotorskog zuba u odnosu na PM zavojnice 10. 17

Slika 3.1. Regulacijska struktura bezležajnog motora sa reluktantnim rotorom u heteropolarnoj varijanti. Slika je preuzeta iz [12]. 21

Slika 3.2. Blok shema regulacijske strukture bezležajnog motora sa strujnim regulacijskim krugovima izvedenim u rotorskom sustavu. Slika je preuzeta iz [12]. 22

Slika 4.1. Segmenti motora s pridruženim relativnim koordinatnim sustavima za slučaj prve faze motora a), i za slučaj druge faze motora b). 26

Slika 4.2. Radijalne sile i moment prve faze (zavojnice) u ovisnosti o kutu rotora i struji prve faze dobivene FEM simulacijama 28

Slika 4.3. Radijalne sile i moment druge faze (zavojnice) u ovisnosti o kutu rotora i struji druge faze dobivene FEM simulacijama 29

Slika 4.4 Linearni i kvadratni koeficijenti ovisni o kutu rotora za slučaj prve i druge faze motora. 32

Slika 4.5 Valovitost sile i momenta za prvu i drugu fazu. 33

Slika 4.6. Doprinosi linearnih i kvadratnih komponenti u ukupnim generiranim silama i momentu struje jedne faze. 34

Slika 4.7. Fotografija eksperimentalnog postava za mjerenje sila na rotor u svrhu provjere točnosti strujnog modela BFSS 12/10 motora. 42

Slika 4.8. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj prve faze motora te usporedba s rezultatima FEM simulacija. 44

Slika 4.9. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj druge faze motora te usporedba s rezultatima FEM simulacija. 45

Slika 4.10. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj da su tri faze protjecane strujom te usporedba s rezultatima FEM simulacijama i izrađenim strujnim modelom BFSS 12/10 motora. 46

Slika 4.11. Rezultati mjerenja radijalnih sila za slučaj da su četiri faze protjecane strujom te usporedba s rezultatima FEM simulacijama i izrađenim strujnim modelom BFSS 12/10 motora. 47

Slika 5.1. Blokovski prikaz strujnog modela i inverznog strujnog modela bezležajnog motora. 51

Slika 5.2. Pojednostavljeni blokovski prikaz cjeline koju sačinjava bezležajni motor sa svojom regulacijskom strukturom temeljenoj na strujnom modelu bezležajnog motora. 53

Slika 5.3. Razdvojeni i kombinirani sustav namota: a) razdvojeni sustav namota gdje je trofazni sustav namota $U_tV_tW_t$ služi za generiranje momenta dok trofazni sustav $U_bV_bW_b$ služi za generiranje sile(izvor: [7], [12]), b) kombinirani sustav namota nakon prespajanja kombiniranog sustava namota. 57

Slika 5.4. Rješenje optimizacijskog problema za slučaj struja i_1, i_2 i i_3 kao funkcija dvije nezavisne varijable. 60

Slika 5.5. Rezultati simulacija ostvarenih (Fx, Fy) i zadanih (Fx_set, Fy_set) radijalnih sila na rotor pri promjeni kuta rotora za jedan puni električki okret za slučaj korištenja inverznog strujnog modela razvijenog u Taylorov red do prvog stupnja. 69

Slika 5.6. Rezultati simulacija ostvarenih (Fx, Fy) i zadanih (Fx_set, Fy_set) radijalnih sila na rotor pri promjeni kuta rotora za jedan puni električki okret za slučaj korištenja inverznog strujnog modela razvijenog u Taylorov red do drugog stupnja. 69

Slika 5.7. Rezultati simulacija ostvarenih (Fx, Fy) i zadanih (Fx_set, Fy_set) radijalnih sila na rotor pri promjeni kuta rotora za jedan puni električki okret za slučaj korištenja inverznog strujnog modela razvijenog u Taylorov red do trećeg stupnja. 70

Slika 5.8. Pojednostavljeni blokovski prikaz cjeline koju sačinjava bezležajni motor i njegova regulacijska struktura. Model motora, a posljedično i regulacijska struktura temeljeni su na strujnom modelu. 72

Slika 5.9. Destabilizirajuće radijalne sile u ovisnosti o radijalnom položaju i kutu rotora za slučaj BFSS 12/10 motora. Rezultati su dobiveni FEM simulacijama u svrhu analize utjecaja položaja i kuta rotora na destabilizirajuće sile. 76

Slika 5.10. Ovisnost destabilizirajuće sile u x- smjeru u ovisnosti o radijalnom pomaku rotora u x- smjeru (dobiveno FEM simulacijama). 78

Slika 5.11. Simulacijska shema BFSS 12/10 motora te pripadna regulacijska struktura izrađena u Matlab/Simulink programskom paketu. 79

Slika 5.12. Sadržaj bloka Mehanički podsustav blokovske sheme prikazane na slici 5.11. 80

Slika 5.13. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela prvog stupnja, a) radijalni položaj i kut rotora, b) zadane i ostvarane sile radijalne sile, c) struje motora. 84

Slika 5.14. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela drugog stupnja, a) radijalni položaj i kut rotora, b) zadane i ostvarane sile radijalne sile, c) zadani i ostvareni moment, d) struje motora. 87

Slika 5.15. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela drugog stupnja pri konstantnoj brzini prilikom terećenja motora u smislu momenta tereta i u smislu sile ležaja, a) radijalni položaj i poremećajna (vanjska) sila, b) brzina vrtnje i moment tereta, c) zadani i ostvareni moment, d) zadane i ostvarene radijalne sile, e) struje motora. 91

Slika 5.16. Rezultati dinamičkih simulacija BFSS 12/10 motora za slučaj aproksimacije inverznog strujnog modela drugog stupnja prilikom njegova rada van centralnog položaja, a) zadana (referentna) i ostvarena (stvarna) radijalna pozicija rotora, b) zadane i ostvarene radijalne sile, c) struje motora. 93

Slika 5.17. Implementacija inverznog strujnog modela rastavljenog u Taylorov red do drugog stupnja u smislu standardnih $K_m(\varphi_R)$ matrica. 95

Slika 5.18. Normalizirani koeficijenti inverznog strujnog modela rastavljenog u Taylorov red do drugog stupnja implementirani u $F2C_2$ blok. 98

Slika 5.19. Regulacijska struktura BFSS 12/(6)10 motora s kombiniranim sustavom namota koja koristi inverzni strujni model rastavljen u Taylorov red do drugog stupnja. 99

Slika 5.20. Blokovska shema regulacijske strukture BFSS 12/(6)10 motora s kombiniranim sustavom namota izrađena korištenjem X2C alata u svrhu njene implementacije na DSP. 100

Slika 5.21. Sadržaj bloka *ForceControl* sa slike 5.20. Regulacija radijalnog položaja, generator referentnih signala. 101

Slika 5.22. Rezultati mjerenja napravljenih u svrhu testiranja sposobnosti regulacijske strukture da podigne rotor, a) radijalna pozicija i kut rotora, b) struje motora. Korištenje PD regulatora radijalnog položaja. 103

Slika 5.23. Rezultati mjerenja napravljenih u svrhu testiranja sposobnosti regulacijske strukture da omogući rad motora prilikom pojave vanjske poremećajne sile, a) radijalna pozicija i poremećajna sila, b) struje motora. Korišteni su PID regulatori položaja rotora. 105

Slika 5.24. Rezultati mjerenja napravljenih u svrhu testiranja sposobnosti regulacijske strukture da omogući rad motora van centralnog položaja, a) ostvareni (stvarni) i zadani (referentni) radijalni položaj, b) zadane i ostvarene (generirane) radijelne sile na rotor, c) moment tereta, d) struje motora. Korišteni PID regulatori položaja rotora. 107

Slika 5.25. Rezultati statičkih mjerenja za slučaj korištenja regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni model prvog stupnja (standardna $K_m(\varphi_R)$ matrica). 110

Slika 5.26. Rezultati statičkih mjerenja za slučaj korištenja regulacijske strukture koja koristi inverzni strujni model drugog stupnja ($F2C_2$ blok). 110

Popis tablica

Tablica 5.1. Provuktna mreža kojom su definirane diskretne vrijednosti za koje pronađeno rješenje optimizacijskog problema. 60

Životopis

Nikola Turk rođen je 14.01.1985 u Lubljani. Stručni studij elektrotehnike završava 2011 na Veleučilištu u Varaždinu. U Rijeci upisuje Sveučilišni Diplomski Studij Elektrotehnike na Tehničkom Fakultetu kojeg završava 2015 godine.

Od 2015 zapošljava se na Tehničkom Fakultetu u Rijeci na radnom mjestu asistenta na zavodu za automatiku i elektroniku. Na radnom mjestu asistenta odrađuje nastavne obaveze te aktivno sudjeluje na većem broju znanstvenih i stručnih projekata u suradnji sa industrijom. Na doktorskom studiju uglavnom se bavi istraživanjima koja se odnosi na elektromotorne pogone i bezležajne motore.

Popis objavljenih radova

1. N. Turk, N. Bulic, W. Gruber, "Nonlinear Control of a Bearingless Flux-Switching Slice Motor with Combined Winding System", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2019. DOI: 10.1109/tmech.2019.2950871

2. Cikač, D.; Turk, N.; Bulić, N.; Barbanti, S. Pulse Pattern Optimization Based on Brute Force Method for Medium-Voltage Three-Level NPC Converter with Active Front End. Electronics 2020, 9, 1685.

3. N. Bulic, N. Turk, W. Gruber, S. Silber: "Nelinearni regulator sile i momenta u mehatroničkim aktuatorima s jednim statorskim namotom, Hrvatski glasnik intelektualnog vlasništva 13/2020, P20182095A

4. N. Turk, G. Šegon, N. Bulić and Z. Car. „Overview of an open source solution for finite element method electromagnetic simulations ", Proceedings of International Conference on Innovative Technologies, IN-TECH 2015., Dubrovnik, Croatia.

5. G. Šegon, N. Turk, N. Bulić and Z. Car. „Theory and simulation of induction machine braking using the high slip braking method ", Proceedings of International Conference on Innovative Technologies, IN-TECH 2015., Dubrovnik, Croatia.

Prilozi

Prilog A1 - strujni model (diskretni oblik)

```
function [Fx_mod1, Fy_mod1, Tz_mod1] = FxFyTz_AllForcesandTerms_withoutRules(...
        i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,fi_r )
    %--- Opis -     funkcija za izračun generiranih sila i momenta
    %               na temelju struja i kuta rotora(strujni model u diskretnom obliku)
    %               Spremanje koeficijenata ovisnih o kutu
    %               rotora
    %
    %--- Ulazi:
    %   i1, i2,...i12 - [AZ], struje zavojnica, realne varijable
    %   fi_r          - [°], mehanički kut rotora, cjelobrojno polje(vektor)
    %                   proizvoljne duljine, 1° rezolacija
    %
    %--- Izlazi:
    %   Fx_mod1 -   [N], gen. sila na rotor u x- smjeru, vektor realnih brojeva
    %   Fy_mod1 -   [N], gen. sila na rotor u y- smjeru, vektor realnih brojeva
    %   Tz_mod1 -   [Nm], gen. moment oko aksijalne osi, vektor realnih brojeva
    %
    %=======================================
    %--- Deklaracija i inicijalizacija varijabli
    %=======================================
    I=[i1 i2 i3 i4 i5 i6 i7 i8 i9 i10 i11 i12];
    I_ref=I;
    I_to_save=0;
    p=1;
    for i=1:length(I_ref)
        if abs(I_ref(i))>0
            I_ref(i)=1;
            I_to_save(p)=i;
            p=p+1;
        end
    end
    N=12;   %--- broj faza motora
    M=10;   %--- broj zubi rotora
    %--- Ucitavanje koeficijanata prve i druge faze u radni prostor funkcije
    load('TermsFxFyTzBothMagnetization_LS_forPositiveNegativeCurrentsOneDegResolution.mat');
    fx=0*fi_r;
    kx_lin=0;
    kx_square=0;
    kx_cogg=0;
    fy=0*fi_r;
    ky_lin=0;
    ky_square=0;
    ky_cogg=0;
    fz=0*fi_r;
    kz_lin=0;
    kz_square=0;
    kz_cogg=0;
    Fx_Fy_Tz=zeros(3,length(fx));
    Fx_Fy_Tz_Tot=zeros(4,length(fx));
    %--- Sila u x smjeru,
    k_lin_X_AllAngles=zeros(length(fx),N+1);
    k_square_X_AllAngles=zeros(length(fx),N+1);
    k_cogg_X_AllAngles=zeros(length(fx),2);
    k_lin_X_AllAngles(:,1)=fi_r;
    k_square_X_AllAngles(:,1)=fi_r;
```

```
56      k_cogg_X_AllAngles(:,1)=fi_r;
57      %--- sila u y smjeru,
58      k_lin_Y_AllAngles=zeros(length(fx),N+1);
59      k_square_Y_AllAngles=zeros(length(fx),N+1);
60      k_cogg_Y_AllAngles=zeros(length(fx),2);
61      k_lin_Y_AllAngles(:,1)=fi_r;
62      k_square_Y_AllAngles(:,1)=fi_r;
63      k_cogg_Y_AllAngles(:,1)=fi_r;
64      %--- moment oko z osi,
65      k_lin_Z_AllAngles=zeros(length(fx),N+1);
66      k_square_Z_AllAngles=zeros(length(fx),N+1);
67      k_cogg_Z_AllAngles=zeros(length(fx),2);
68      k_lin_Z_AllAngles(:,1)=fi_r;
69      k_square_Z_AllAngles(:,1)=fi_r;
70      k_cogg_Z_AllAngles(:,1)=fi_r;
71      %--- Itaracije po fazama motora
72      for i=1:N
73          theta_i=360/N*(i-1);
74          fi_i=(360/M-360/N)*(i-1);
75          %--- Iteracije po kutovima rotora
76          for m=1:length(fx)
77              %=========================================
78              %--- Izračun koeficijenata za neparne faze
79              %=========================================
80              if (i==1 || i==3 || i==5 || i==7 || i==9 || i==11)
81                  %--- Koeficijenti  sile u x smjeru, transformacija kutova rotora iz
82                  %    rel. koord. sustava u koord. sustav prve faze
83                  TermsForGivenAngle=MakePeriodik(FxPM_plus,fi_r(m)+fi_i);
84                  kx_lin=TermsForGivenAngle(2)*I_ref(i);
85                  kx_square=TermsForGivenAngle(3)*I_ref(i);
86                  kx_cogg=TermsForGivenAngle(4);
87                  %--- koeficijenti  sile u y smjeru, transformacija kutova rotora iz
88                  %    rel. koord. sustava u koord. sustav prve faze
89                  TermsForGivenAngle=MakePeriodik(FyPM_plus,fi_r(m)+fi_i);
90                  ky_lin=TermsForGivenAngle(2)*I_ref(i);
91                  ky_square=TermsForGivenAngle(3)*I_ref(i);
92                  ky_cogg=TermsForGivenAngle(4);
93              %--- koeficijenti  momenta oko z osi, transformacija kutova rotora iz
94              %    rel. koord. sustava u koord. sustav prve faze
95              TermsForGivenAngle=MakePeriodik(TzPM_plus,fi_r(m)+fi_i);
96              kz_lin=TermsForGivenAngle(2)*I_ref(i);
97              kz_square=TermsForGivenAngle(3)*I_ref(i);
98              kz_cogg=TermsForGivenAngle(4);
99              %--- Rotacijska matrica
100             RotMatr=[cosd(theta_i) -sind(theta_i) 0;sind(theta_i) cosd(theta_i) 0; 0 0 1];
101             %---Transformacija linearnih članova sila i momenta u
102             %   koord.sustav prve zavojnice
103             k_lin_tot=RotMatr*([kx_lin;ky_lin;kz_lin]);
104             %---Transformacija kvadratnih članova sila i momenta u
105             %   koord.sustav prve zavojnice
106             k_square_tot=RotMatr*([kx_square;ky_square;kz_square]);
107             %---Spremanje linearnih koeficijenata u matrice
108             %   (po svim zavojnicama i kutovima rotora)
109             k_lin_X_AllAngles(m,i+1)=k_lin_tot(1,1);
110             k_lin_Y_AllAngles(m,i+1)=k_lin_tot(2,1);
111             k_lin_Z_AllAngles(m,i+1)=k_lin_tot(3,1);
112             %---Spremanje kvadratnih koeficijenata u matrice
113             %   (po svim zavojnicama i kutovima rotora)
114             k_square_X_AllAngles(m,i+1)=k_square_tot(1,1);
115             k_square_Y_AllAngles(m,i+1)=k_square_tot(2,1);
116             k_square_Z_AllAngles(m,i+1)=k_square_tot(3,1);
117             %--- Komponente valovitosti
118             if i==1
119                 k_cogg_X_AllAngles(m,2)=kx_cogg;
120                 k_cogg_Y_AllAngles(m,2)=ky_cogg;
121                 k_cogg_Z_AllAngles(m,2)=kz_cogg;
122             end
123             %=========================================
124             %--- Izračun koeficijenata za parne faze
125             %=========================================
126             else
```

```
            %--- Koeficijenti  sile u x smjeru, transformacija kutova rotora iz
            %    rel. koord. sustava u koord. sustav prve faze
            TermsForGivenAngle=MakePeriodik(FxPM_minus,fi_r(m)+fi_i);
            kx_lin=TermsForGivenAngle(2)*I_ref(i);
            kx_square=TermsForGivenAngle(3)*I_ref(i);
            kx_cogg=TermsForGivenAngle(4);
            %--- koeficijenti  sile u y smjeru, transformacija kutova rotora iz
            %    rel. koord. sustava u koord. sustav prve faze
            TermsForGivenAngle=MakePeriodik(FyPM_minus,fi_r(m)+fi_i);
            ky_lin=TermsForGivenAngle(2)*I_ref(i);
            ky_square=TermsForGivenAngle(3)*I_ref(i);
            ky_cogg=TermsForGivenAngle(4);
            %--- koeficijenti  momenta oko z osi, transformacija kutova rotora iz
            %    rel. koord. sustava u koord. sustav prve faze
            TermsForGivenAngle=MakePeriodik(TzPM_minus,fi_r(m)+fi_i);
            kz_lin=TermsForGivenAngle(2)*I_ref(i);
            kz_square=TermsForGivenAngle(3)*I_ref(i);
            kz_cogg=TermsForGivenAngle(4);
            %--- Rotacijska matrica
            RotMatr=[cosd(theta_i) -sind(theta_i) 0;sind(theta_i) cosd(theta_i) 0; 0 0 1];
            %---Transformacija linearnih članova sila i momenta u
            %   koord.sustav prve zavojnice
            k_lin_tot=RotMatr*([kx_lin;ky_lin;kz_lin]);
            %---Transformacija kvadratnih članova sila i momenta u
            %   koord.sustav prve zavojnice
            k_square_tot=RotMatr*([kx_square;ky_square;kz_square]);
            %---Spremanje linearnih koeficijenata u matrice
            %   (po svim zavojnicama i kutovima rotora)
            k_lin_X_AllAngles(m,i+1)=k_lin_tot(1,1);
            k_lin_Y_AllAngles(m,i+1)=k_lin_tot(2,1);
            k_lin_Z_AllAngles(m,i+1)=k_lin_tot(3,1);
            %---Spremanje kvadratnih koeficijenata u matrice
            %   (po svim zavojnicama i kutovima rotora)
            k_square_X_AllAngles(m,i+1)=k_square_tot(1,1);
            k_square_Y_AllAngles(m,i+1)=k_square_tot(2,1);
            k_square_Z_AllAngles(m,i+1)=k_square_tot(3,1);
            %--- Komponente valovitosti
            if i==1
                k_cogg_X_AllAngles(m,2)=kx_cogg;
                k_cogg_Y_AllAngles(m,2)=ky_cogg;
                k_cogg_Z_AllAngles(m,2)=kz_cogg;
            end
        end
    end
end
FxFyTz=zeros(length(fi_r),4);
FxFyTz(:,1)=fi_r';
FxFyTz(:,2)=k_cogg_X_AllAngles(:,2);
FxFyTz(:,3)=k_cogg_Y_AllAngles(:,2);
FxFyTz(:,4)=k_cogg_Z_AllAngles(:,2);
%=======================================================
%--- Izračun gen sila i momenta po svim kutovima rotora
%=======================================================
%--- Iteracije po fazama
for g=1:N
    %--- Iteracije po kutevima rotora
    for i=1:length(fi_r)
        FxFyTz(i,2)=FxFyTz(i,2)+k_lin_X_AllAngles(i,g+1)*I(g)+...
        k_square_X_AllAngles(i,g+1)*I(g)^2;
        FxFyTz(i,3)=FxFyTz(i,3)+k_lin_Y_AllAngles(i,g+1)*I(g)+...
        k_square_Y_AllAngles(i,g+1)*I(g)^2;
        FxFyTz(i,4)=FxFyTz(i,4)+k_lin_Z_AllAngles(i,g+1)*I(g)+...
        k_square_Z_AllAngles(i,g+1)*I(g)^2;
    end
end
%--- Izlazne varijable
Fx_mod1=FxFyTz(:,2);
Fy_mod1=FxFyTz(:,3);
Tz_mod1=FxFyTz(:,4);
%---Spremanje koeficijenata strujnog modela ovisnih o kutu rotora u
%   .mat datoteku po svim fazama
```

```
198 save(strcat('TermsForAllAngles','I',num2str(I_to_save)),...
199 'k_cogg_X_AllAngles','k_cogg_Y_AllAngles',...
200 'k_cogg_Z_AllAngles','k_lin_X_AllAngles','k_lin_Y_AllAngles','k_lin_Z_AllAngles',...
201 'k_square_X_AllAngles','k_square_Y_AllAngles','k_square_Z_AllAngles');
202 end
203 %=========================================================================================
204
205 function [ OutputPoint ] = MakePeriodik( InputFunction,InputAngle)
206     %--- Opis -     Funkcija koja omogućava izračun funkcijske vrijednosti
207     %               u proizvoljnoj točci periodičke funkcije na temelju
208     %               poznatog jednog perioda (periodičko proširenje)
209     %
210     %--- Ulazi:
211     %   InputFunction -     Matrica sa minimalno dva vektora stupca,
212     %                       prvi stupac je stupac nezavisne varijable
213     %                       svi ostali stupci predstavljaju funkcije
214     %                       Matrica treba sadržavati točno jedan period
215     %                       funkcija koje se proširuju
216     %   InputAngle -        Vektor cjelobrojnih vrijednosti,(kut rotora, 1deg resol.)
217     %                       Točka u kojoj se žele izračunati funkcijske vrijednosti
218     %                       funkcija koje se proširuju po periodičnosti
219     %
220     %
221     %--- Izlaz:
222     %   OutputPoint -       Vektor redak
223     %                       Prvi stupac -> točka nezavisne varijable
224     %                       Ostali stupci -> funkcijske vrijednosti
225     %--- Određivanje osnovnog perioda
226     FirstColumn=InputFunction(:,1);
227     period=FirstColumn(end)-FirstColumn(1);
228     RightBorderOfBasicInt=FirstColumn(end);
229     LeftBorderOfBasicInt=FirstColumn(1);
230     %--- Pronalazak vrijednosti nez.varijable u osnovnom intervalu
231     %    za slučaj da je ona veća od gornje granice osn. intervala
232     if InputAngle>RightBorderOfBasicInt
233         for i=1:1000
234             InputAngle=InputAngle-period;
235             if InputAngle<=RightBorderOfBasicInt;
236                 break
237             end
238         end
239     end
240     %--- Pronalazak vrijednosti nez.varijable u osnovnom intervalu
241     %    za slučaj da je ona manja od donje granice osn. intervala
242     if InputAngle<LeftBorderOfBasicInt
243         for i=1:1000
244             InputAngle=InputAngle+period;
245             if InputAngle>=LeftBorderOfBasicInt;
246                 break
247             end
248         end
249     end
250     %---Pronalazak indeksa nez. varijable u osnovnom intervalu
251     %   (najbližeg)
252     a=FirstColumn;
253     b=InputAngle;
254     diff=abs(a-b);
255     MinDiff=min(diff);
256     IndexOftheNearest=find(MinDiff==diff);
257     Index_Xaxis=IndexOftheNearest;
258     OutputPoint=InputFunction(Index_Xaxis,:);
259 end
260
```

Prilog A2 - strujni model (kontinuirani oblik)

```
%================================================================
%--- Ime skripte: FromDiscrete2Continuous_For_PMPlusPMminus.m
%================================================================
%--- Opis -    Skripta za izračun Fourierovog reda prve i  druge faze
%              za dobivanje kontinuiranog strujnog modela
%             (kosinus rastav)
%
%--- Ulaz:
%           mat datoteka koja sadrži koeficijente strujnog modela
%           prve i druge faze motora.
%           naziv datoteke: 'TermsFxFyTzBothMagnetization_LS_...
%                           forPositiveNegativeCurrentsOneDegResolution.mat'
%
%--- Izlazi:
%       X_termsFSPM_plus    -   Fourierovi koeficijenti(ampl. i faza) prve faze
%                               za slučaj sile u x smjeru
%
%       X_termsFSPM_minus   -   Fourierovi koeficijenti(ampl. i faza) druge faze
%                               za slučaj sile u x smjeru
%
%       Y_termsFSPM_plus    -   Fourierovi koeficijenti(ampl. i faza) prve faze
%                               za slučaj sile u y smjeru
%
%       Y_termsFSPM_minus   -   Fourierovi koeficijenti(ampl. i faza) druge faze
%                               za slučaj sile u y smjeru
%
%       Z_termsFSPM_plus    -   Fourierovi koeficijenti(ampl. i faza) prve faze
%                               za slučaj momenta oko z osi
%
%       Z_termsFSPM_minus   -   Fourierovi koeficijenti(ampl. i faza) druge faze
%                               za slučaj momenta oko z osi
%--- Broj zubi rotora
N=10;
load('TermsFxFyTzBothMagnetization_LS_forPositiveNegativeCurrentsOneDegResolution.mat')

%--- Generiranje vektora kuta rotora
Ang=(FxPM_plus(:,1)*2*pi/360)';

%--- Generiranje matrice sustava za LS metodu određivanja Four. koef.
X_Fx=zeros(37,13);
for i=1:1:length(Ang)
    X_Fx(i,:)=[1 cos(N*Ang(i)) sin(N*Ang(i)) cos(2*N*Ang(i)) sin(2*N*Ang(i)) ...
    cos(3*N*Ang(i)) sin(3*N*Ang(i)) cos(4*N*Ang(i)) sin(4*N*Ang(i)) ...
    cos(5*N*Ang(i)) sin(5*N*Ang(i)) cos(6*N*Ang(i)) sin(6*N*Ang(i))];
end
%-------------------------------------------------------------------------------
%--- Izračun Four. koeficijenata prve i druge faze
%    za slučaj sile u x- smjeru
%-------------------------------------------------------------------------------

%--- Fourierovi koeficijenti linearnih članova za silu u x smjeru(prva faza)
lin_FxPM_plus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FxPM_plus(:,2);

%--- Fourierovi koeficijenti kvadratnih članova za silu u x smjeru(prva faza)
square_FxPM_plus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FxPM_plus(:,3);
X_termsFSPM_plus=zeros(6,7);
X_termsFSPM_plus(:,1)=(1:1:6)'*N;

%--- Four. koeficijenti u obliku kosinus rastava za silu u x smjeru (prva faza)
i_p=2;
for i=1:1:6
    X_termsFSPM_plus(i,2)=sqrt(lin_FxPM_plus(i_p)^2+lin_FxPM_plus(i_p+1)^2);
```

```
    X_termsFSPM_plus(i,3)=-cart2pol(lin_FxPM_plus(i_p),lin_FxPM_plus(i_p+1));
    X_termsFSPM_plus(i,4)=sqrt(square_FxPM_plus(i_p)^2+square_FxPM_plus(i_p+1)^2);
    X_termsFSPM_plus(i,5)=-cart2pol(square_FxPM_plus(i_p),square_FxPM_plus(i_p+1));
    i_p=i_p+2;
end
X_termsFSPM_plus(1,6)=lin_FxPM_plus(1);
X_termsFSPM_plus(1,7)=square_FxPM_plus(1);

%--- Fourierovi koeficijenti linearnih članova za silu u x smjeru (druga faza)
lin_FxPM_minus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FxPM_minus(:,2);

%--- Fourierovi koeficijenti kvadratnih članova za silu u x smjeru (druga faza)
square_FxPM_minus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FxPM_minus(:,3);
X_termsFSPM_minus=zeros(6,7);
X_termsFSPM_minus(:,1)=(1:1:6)'*N;

%--- Four. koeficijenti u obliku kosinus rastava za silu u x smjeru (druga faza)
i_p=2;
for i=1:1:6
    X_termsFSPM_minus(i,2)=sqrt(lin_FxPM_minus(i_p)^2+lin_FxPM_minus(i_p+1)^2);
    X_termsFSPM_minus(i,3)=-cart2pol(lin_FxPM_minus(i_p),lin_FxPM_minus(i_p+1));
    X_termsFSPM_minus(i,4)=sqrt(square_FxPM_minus(i_p)^2+square_FxPM_minus(i_p+1)^2);
    X_termsFSPM_minus(i,5)=-cart2pol(square_FxPM_minus(i_p),square_FxPM_minus(i_p+1));
    i_p=i_p+2;
end
X_termsFSPM_minus(1,6)=lin_FxPM_minus(1);
X_termsFSPM_minus(1,7)=square_FxPM_minus(1);
%-------------------------------------------------------------------------------
%--- Izračun Four. koeficijenata prve i druge faze
%    za slučaj sile u y- smjeru
%-------------------------------------------------------------------------------

%--- Fourierovi koeficijenti linearnih članova za silu u y smjeru(prva faza)
lin_FyPM_plus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FyPM_plus(:,2);

%--- Fourierovi koeficijenti kvadratnih članova za silu u y smjeru (prva faza)
square_FyPM_plus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FyPM_plus(:,3);
Y_termsFSPM_plus=zeros(6,7);
Y_termsFSPM_plus(:,1)=(1:1:6)'*N;

%--- Four. koeficijenti u obliku kosinus rastava za silu u y smjeru (prva faza)
i_p=2;
for i=1:1:6
    Y_termsFSPM_plus(i,2)=sqrt(lin_FyPM_plus(i_p)^2+lin_FyPM_plus(i_p+1)^2);
    Y_termsFSPM_plus(i,3)=-cart2pol(lin_FyPM_plus(i_p),lin_FyPM_plus(i_p+1));
    Y_termsFSPM_plus(i,4)=sqrt(square_FyPM_plus(i_p)^2+square_FyPM_plus(i_p+1)^2);
    Y_termsFSPM_plus(i,5)=-cart2pol(square_FyPM_plus(i_p),square_FyPM_plus(i_p+1));
    i_p=i_p+2;
end
Y_termsFSPM_plus(1,6)=lin_FyPM_plus(1);
Y_termsFSPM_plus(1,7)=square_FyPM_plus(1);

%--- Fourierovi koeficijenti linearnih članova za silu u y smjeru(druga faza)
lin_FyPM_minus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FyPM_minus(:,2);

%--- Fourierovi koeficijenti kvadratnih članova za silu u y smjeru(druga faza)
square_FyPM_minus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * FyPM_minus(:,3);
Y_termsFSPM_minus=zeros(6,7);
Y_termsFSPM_minus(:,1)=(1:1:6)'*N;

%--- Four. koeficijenti u obliku kosinus rastava za silu u y smjeru(druga faza)
i_p=2;
for i=1:1:6
    Y_termsFSPM_minus(i,2)=sqrt(lin_FyPM_minus(i_p)^2+lin_FyPM_minus(i_p+1)^2);
    Y_termsFSPM_minus(i,3)=-cart2pol(lin_FyPM_minus(i_p),lin_FyPM_minus(i_p+1));
    Y_termsFSPM_minus(i,4)=sqrt(square_FyPM_minus(i_p)^2+square_FyPM_minus(i_p+1)^2);
    Y_termsFSPM_minus(i,5)=-cart2pol(square_FyPM_minus(i_p),square_FyPM_minus(i_p+1));
    i_p=i_p+2;
end
Y_termsFSPM_minus(1,6)=lin_FyPM_minus(1);
Y_termsFSPM_minus(1,7)=square_FyPM_minus(1);
```

```
%-------------------------------------------------------------------------------
%--- Izračun Four. koeficijenata prve i druge faze
%    za slučaj momenta oko z osi
%-------------------------------------------------------------------------------

%--- Fourierovi koeficijenti linearnih članova za moment (prva faza)
lin_TzPM_plus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * TzPM_plus(:,2);

%--- Fourierovi koeficijenti kvadratnih članova za moment (prva faza)
square_TzPM_plus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * TzPM_plus(:,3);
Z_termsFSPM_plus=zeros(6,7);
Z_termsFSPM_plus(:,1)=(1:1:6)'*N;

%--- Four. koeficijenti u obliku kosinus rastava za moment(prva faza)
i_p=2;
for i=1:1:6
    Z_termsFSPM_plus(i,2)=sqrt(lin_TzPM_plus(i_p)^2+lin_TzPM_plus(i_p+1)^2);
    Z_termsFSPM_plus(i,3)=-cart2pol(lin_TzPM_plus(i_p),lin_TzPM_plus(i_p+1));
    Z_termsFSPM_plus(i,4)=sqrt(square_TzPM_plus(i_p)^2+square_TzPM_plus(i_p+1)^2);
    Z_termsFSPM_plus(i,5)=-cart2pol(square_TzPM_plus(i_p),square_TzPM_plus(i_p+1));
    i_p=i_p+2;
end
Z_termsFSPM_plus(1,6)=lin_TzPM_plus(1);
Z_termsFSPM_plus(1,7)=square_TzPM_plus(1);

%--- Fourierovi koeficijenti linearnih članova za moment (druga faza)
lin_TzPM_minus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * TzPM_minus(:,2);

%--- Fourierovi koeficijenti kvadratnih članova za moment (druga faza)
square_TzPM_minus=(X_Fx' * X_Fx) \ X_Fx' * TzPM_minus(:,3);
Z_termsFSPM_minus=zeros(6,7);
Z_termsFSPM_minus(:,1)=(1:1:6)'*N;

%--- Four. koeficijenti u obliku kosinus rastava za moment (druga faza)
i_p=2;
for i=1:1:6
    Z_termsFSPM_minus(i,2)=sqrt(lin_TzPM_minus(i_p)^2+lin_TzPM_minus(i_p+1)^2);
    Z_termsFSPM_minus(i,3)=-cart2pol(lin_TzPM_minus(i_p),lin_TzPM_minus(i_p+1));
    Z_termsFSPM_minus(i,4)=sqrt(square_TzPM_minus(i_p)^2+square_TzPM_minus(i_p+1)^2);
    Z_termsFSPM_minus(i,5)=-cart2pol(square_TzPM_minus(i_p),square_TzPM_minus(i_p+1));
    i_p=i_p+2;
end
Z_termsFSPM_minus(1,6)=lin_TzPM_minus(1);
Z_termsFSPM_minus(1,7)=square_TzPM_minus(1);

%--- Spremanje izračunatih Fourierovih koeficijenata
save('FxFyTz_Fourier_PM_plus_minus_v1','X_termsFSPM_plus','X_termsFSPM_minus',...
'Y_termsFSPM_plus','Y_termsFSPM_minus','Z_termsFSPM_plus','Z_termsFSPM_minus')
```

```
%==================================================
%--- Ime skripte: FxFyTz_FourierSeriesCoeff_i1_to_i12
%==================================================
%--- Opis -    Skripta za izračun Fourierovog reda koeficijenata
%              strujnog modela za svih 12 faza na temelju
%              Fourierovog reda prve i druge faze
%
%--- Ulaz:
%           mat datoteka koja sadrži koeficijente strujnog modela
%           prve i druge faze motora. Datoteka se generira pokretanjem
%           skripte: FromDiscrete2Continuous_For_PMPlusPMminus
%           naziv datoteke: 'FxFyTz_Fourier_PM_plus_minus.mat'
%
%--- Izlazi:
```

```
%       X_termFS_1to12  -   Fourierovi koeficijenti (ampl. i faza) koeficijenata
%                           strujnog modela za svih 12 faza za silu u x smjeru
%                           (uzeto 6 članova Four. reda)
%
%       Y_termFS_1to12  -   Fourierovi koeficijenti (ampl. i faza) koeficijenata
%                           strujnog modela za svih 12 faza za silu u Y smjeru
%                           (uzeto 6 članova Four. reda)
%
%       Z_termFS_1to12  -   Fourierovi koeficijenti (ampl. i faza) koeficijenata
%                           strujnog modela za svih 12
%                           faza za moment
%                           (uzeto 6 članova Four. reda)
%
%--- Broj polova motora(meh -> el)
w0=10;
%
%---Broj zavojnica (faza) motora
N=12;
%
%---Broj rotorskih zubiju
M=10;
%
%--- Deklaracija i inicijalizacija izlaznih varijabli
X_termFS_1to12=zeros(6,7,12);
Y_termFS_1to12=zeros(6,7,12);
Z_termFS_1to12=zeros(6,7,12);
%
%--- Učitavanje Four. koef. prve i druge faze
load('FxFyTz_Fourier_PM_plus_minus.mat');
%
%--- Deklaracija i inicijalizacija pomočnih varijabli
X_termsFS_in1=X_termsFSPM_plus;
Y_termsFS_in1=Y_termsFSPM_plus;
Z_termsFS_in1=Z_termsFSPM_plus;
X_termsFS_in=X_termsFSPM_plus;
Y_termsFS_in=Y_termsFSPM_plus;
Z_termsFS_in=Z_termsFSPM_plus;
%
%---Iteracije po fazama motora
for i=1:N
    %--- Kut relativnog koord. sustava i-te faze
    theta_i=360/N*(i-1)*pi/180;
    %
    %--- Kut rotora u i-tom relativnom koord. sustavu
    fi_i=(360/M-360/N)*(i-1)*pi/180;
    %
    %--- Neparne faze
    if (i==1 || i==3 || i==5 || i==7 || i==9 || i==11)
        X_termsFS_in1=X_termsFSPM_plus;
        Y_termsFS_in1=Y_termsFSPM_plus;
        Z_termsFS_in1=Z_termsFSPM_plus;
        X_termsFS_in=X_termsFSPM_plus;
        Y_termsFS_in=Y_termsFSPM_plus;
        Z_termsFS_in=Z_termsFSPM_plus;
        %
        %--- Parne faze
        else
        X_termsFS_in1=X_termsFSPM_minus;
        Y_termsFS_in1=Y_termsFSPM_minus;
        Z_termsFS_in1=Z_termsFSPM_minus;
        X_termsFS_in=X_termsFSPM_minus;
        Y_termsFS_in=Y_termsFSPM_minus;
        Z_termsFS_in=Z_termsFSPM_minus;
    end
    %
    %--- Transformacija  kutova rotora rel. koord. sustava
    %    u koord. sustav prve faze pomakom faze Four.koef.
    for k=1:1:6
        %--- Pomak faze i-te zavojnice za silu u x smjeru
        X_termsFS_in(k,3)=X_termsFS_in(k,3)+fi_i*w0*k;
        X_termsFS_in(k,5)=X_termsFS_in(k,5)+fi_i*w0*k;
```

```
86          %
87          %--- Pomak faze i-te zavojnice za silu u y smjeru
88          Y_termsFS_in(k,3)=Y_termsFS_in(k,3)+fi_i*w0*k;
89          Y_termsFS_in(k,5)=Y_termsFS_in(k,5)+fi_i*w0*k;
90          %
91          %--- Pomak faze i-te zavojnice za moment
92          Z_termsFS_in(k,3)=Z_termsFS_in(k,3)+fi_i*w0*k;
93          Z_termsFS_in(k,5)=Z_termsFS_in(k,5)+fi_i*w0*k;
94      end
95      %
96      %-------------------------------------------------------------------------
97      %--- Transformacija relativnih koord. sustava u koord. sustav prve faze
98      %-------------------------------------------------------------------------
99      %
100     %----Transformacija istosmjerne komponente Four. reda za silu u x smjeru
101     X_termsFS_in1(1,6)=X_termsFS_in(1,6)*cos(theta_i)-Y_termsFS_in(1,6)*sin(theta_i);
102     X_termsFS_in1(1,7)=X_termsFS_in(1,7)*cos(theta_i)-Y_termsFS_in(1,7)*sin(theta_i);
103     %----Transformacija članova Four. reda za silu u x smjeru (linearni koef. strujnog modela)
104     %
105     %--- Projekcija lin. komp. radijalnih sila faza na x os
106     %    statorskog koordinantnog sustava
107     C1Xl=(X_termsFS_in(:,2)*cos(theta_i)).*cos(X_termsFS_in(:,3))+...
108     (X_termsFS_in(:,2)*cos(theta_i)).*sin(X_termsFS_in(:,3))*1i;
109     %
110     %--- Projekcija lin. komp. tangencijalnih sila faza na x os
111     %    statorskog koordinantnog sustava
112     C2Xl=-(Y_termsFS_in(:,2)*sin(theta_i)).*cos(Y_termsFS_in(:,3))-...
113     (Y_termsFS_in(:,2)*sin(theta_i)).*sin(Y_termsFS_in(:,3))*1i;
114     %----Transformacija članova Four. reda za silu u x smjeru (kvadratni koef. strujnog modela)
115     %
116     %--- Projekcija kvadratnih komp. radijalnih sila faza na x os
117     %    statorskog koordinantnog sustava
118     C1Xs=(X_termsFS_in(:,4)*cos(theta_i)).*cos(X_termsFS_in(:,5))+...
119     (X_termsFS_in(:,4)*cos(theta_i)).*sin(X_termsFS_in(:,5))*1i;
120     %
121     %--- Projekcija kvadratnih komp. tangencijalnih sila faza na x os
122     %    statorskog koordinantnog sustava
123     C2Xs=-(Y_termsFS_in(:,4)*sin(theta_i)).*cos(Y_termsFS_in(:,5))-...
124     (Y_termsFS_in(:,4)*sin(theta_i)).*sin(Y_termsFS_in(:,5))*1i;
125     %
126     %--- Zbroj radijalnih i tangencijalnih doprinosa
127     CukXl=C1Xl+C2Xl;
128     CukXs=C1Xs+C2Xs;
129     %
130     %--- Polarni prikaz
131     [X_termsFS_in1(:,3),X_termsFS_in1(:,2)]=cart2pol(real(CukXl),imag(CukXl));
132     [X_termsFS_in1(:,5),X_termsFS_in1(:,4)]=cart2pol(real(CukXs),imag(CukXs));
133     %
134     %----Transformacija članova Four. reda za silu u y smjeru (linearni koef. strujnog modela)
135     %
136     %----Transformacija istosmjerne komponente Four. reda za silu u y smjeru
137     Y_termsFS_in1(1,6)=X_termsFS_in(1,6)*sin(theta_i)+Y_termsFS_in(1,6)*cos(theta_i);
138     Y_termsFS_in1(1,7)=X_termsFS_in(1,7)*sin(theta_i)+Y_termsFS_in(1,7)*cos(theta_i);
139     %
140     %--- Projekcija lin. komp. radijalnih sila faza na y os
141     %    statorskog koordinantnog sustava
142     C1Yl=(X_termsFS_in(:,2)*sin(theta_i)).*cos(X_termsFS_in(:,3))+...
143     (X_termsFS_in(:,2)*sin(theta_i)).*sin(X_termsFS_in(:,3))*1i;
144     %
145     %--- Projekcija lin. komp. tangencijalnih sila faza na y os
146     %    statorskog koordinantnog sustava
147     C2Yl=(Y_termsFS_in(:,2)*cos(theta_i)).*cos(Y_termsFS_in(:,3))+...
148     (Y_termsFS_in(:,2)*cos(theta_i)).*sin(Y_termsFS_in(:,3))*1i;
149     %
150     %--- Projekcija kvadratnih komp. radijalnih sila faza na y os
151     %    statorskog koordinantnog sustava
152     C1Ys=(X_termsFS_in(:,4)*sin(theta_i)).*cos(X_termsFS_in(:,5))+...
153     (X_termsFS_in(:,4)*sin(theta_i)).*sin(X_termsFS_in(:,5))*1i;
154     %
155     %--- Projekcija kvadratnih komp. tangencijalnih sila faza na y os
156     %    statorskog koordinantnog sustava
```

```
157     C2Ys=(Y_termsFS_in(:,4)*cos(theta_i)).*cos(Y_termsFS_in(:,5))+...
158     (Y_termsFS_in(:,4)*cos(theta_i)).*sin(Y_termsFS_in(:,5))*1i;
159     %
160     %--- Zbroj radijalnih i tangencijalnih doprinosa
161     CukYl=C1Yl+C2Yl;
162     CukYs=C1Ys+C2Ys;
163     %
164     %--- Polarni prikaz
165     [Y_termsFS_in1(:,3),Y_termsFS_in1(:,2)]=cart2pol(real(CukYl),imag(CukYl));
166     [Y_termsFS_in1(:,5),Y_termsFS_in1(:,4)]=cart2pol(real(CukYs),imag(CukYs));
167     %
168     %---Moment invarijantan na rotacije kord. sustava
169     Z_termsFS_in1=Z_termsFS_in;
170     Z_termsFS_in1=Z_termsFS_in;
171     X_termFS_1to12(:,:,i)=X_termsFS_in1;
172     Y_termFS_1to12(:,:,i)=Y_termsFS_in1;
173     Z_termFS_1to12(:,:,i)=Z_termsFS_in1;
174 end
175 %
176 %---Spremanje rezultata
177 save('FxFyTz_Fourier_1to12','X_termFS_1to12','Y_termFS_1to12','Z_termFS_1to12')
```

```
1   function [FxFyTz]=FromcurrentsRotorAngle2ForcesTorqueContinuousModel( i1,...
2       i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,RotAngle )
3       %
4       %--- Opis - funkcija za izračun generiranih sila i momenta
5       %           na temelju struja i kuta rotora(strujni model u kontinuiranom obliku)
6       %           Funkcija koristi koeficijente strujnog modela zapisane
7       %           u obliku Fourierovog reda. Fourierovi koeficijenti
8       %           strujnog modela izračunava skripta:
9       %           "FxFyTz_FourierSeriesCoeff_i1_to_i12"
10      %
11      %--- Ulazi:
12      %   i1, i2,...i12   -   [AZ], struje faza, realne varijable
13      %   fi_r            -   [rad], mehanički kut rotora, realna varijabla
14      %
15      %--- Izlazi:
16      %   FxFyTz  -   Vektor gen. sila i momenta
17      %               dimanzija 1x3, [Fx, Fy, Tz]
18      %               sile u [N], moment u [Nm]
19      %--- Fourierovi koeficijenti strujnog modela
20      load('FxFyTz_Fourier_1to12.mat')
21      %--- Deklaracija i inicijalizacija vektora struja
22      I=[i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12];
23      %--- Deklaracija i inicijalizacija izlaznih varijabli
24      Fx=0*RotAngle;
25      Fy=0*RotAngle;
26      Tz=0*RotAngle;
27      %--- Iteracije po fazama motora
28      for k=1:12
29          %
30          %--- Four. koef. k-te faze motora
31          X_termsFS_in1=X_termFS_1to12(:,:,k);
32          Y_termsFS_in1=Y_termFS_1to12(:,:,k);
33          Z_termsFS_in1=Z_termFS_1to12(:,:,k);
34          %
35          %--- Istosmjerna komponenta lin. koef.
36          %     strujnog modela za silu u x smjeru
37          FxFS_PM_lin=X_termsFS_in1(1,6);
38          %
39          %--- Istosmjerna komponenta kvadratnog koef.
40          %     strujnog modela za silu u x smjeru
41          FxFS_PM_square=X_termsFS_in1(1,7);
42          %
43          %--- Four. koeficijenti sile u x smjeru
```

```
44          XFSPMPL=X_termsFS_in1;
45          %
46          %--- Istosmjerna komponenta lin. koef.
47          %     strujnog modela za silu u y smjeru
48          FyFS_PM_lin=Y_termsFS_in1(1,6);
49          %
50          %--- Istosmjerna komponenta kvadratnog koef.
51          %     strujnog modela za silu u y smjeru
52          FyFS_PM_square=Y_termsFS_in1(1,7);
53          %
54          %--- Four. koeficijenti sile u x smjeru
55          YFSPMPL=Y_termsFS_in1;
56          %
57          %--- Istosmjerna komponenta lin. koef.
58          %     strujnog modela za moment
59          TzFS_PM_lin=Z_termsFS_in1(1,6);
60          %
61          %--- Istosmjerna komponenta kvadratnog koef.
62          %     strujnog modela za moment
63          TzFS_PM_square=Z_termsFS_in1(1,7);
64          ZFSPMPL=Z_termsFS_in1;
65          %
66          %---Kut rotora
67          angle=RotAngle;
68          %
69          %--- Iteracije po harmonicima(Fourierovim koeficijentima)
70          for i=1:1:6
71              %
72              %---linearni koeficijent strujnog modela k-te faze dobiven iz Four. reda
73              %    (6 članova) za slučaj sile u x smjeru, te za odabrani kut rotora
74              FxFS_PM_lin=FxFS_PM_lin+XFSPMPL(i,2)*cos(XFSPMPL(i,1)*angle+XFSPMPL(i,3));
75              %
76              %---kvadratni koeficijent strujnog modela k-te faze dobiven iz Four. reda
77              %    (6 članova) za slučaj sile u x smjeru, te za odabrani kut rotora
78              FxFS_PM_square=FxFS_PM_square+XFSPMPL(i,4)*cos(XFSPMPL(i,1)*angle+XFSPMPL(i,5));
79              %
80              %---linearni koeficijent strujnog modela k-te faze dobiven iz Four. reda
81              %    (6 članova) za slučaj sile u y smjeru, te za odabrani kut rotora
82              FyFS_PM_lin=FyFS_PM_lin+YFSPMPL(i,2)*cos(YFSPMPL(i,1)*angle+YFSPMPL(i,3));
83              %
84              %---kvadratni koeficijent strujnog modela k-te faze dobiven iz Four. reda
85              %    (6 članova) za slučaj sile u y smjeru, te za odabrani kut rotora
86              FyFS_PM_square=FyFS_PM_square+YFSPMPL(i,4)*cos(YFSPMPL(i,1)*angle+YFSPMPL(i,5));
87              %
88              %---linearni koeficijent strujnog modela k-te faze dobiven iz Four. reda
89              %    (6 članova) za slučaj momenta, te za odabrani kut rotora
90              TzFS_PM_lin=TzFS_PM_lin+ZFSPMPL(i,2)*cos(ZFSPMPL(i,1)*angle+ZFSPMPL(i,3));
91              %
92              %---kvadratni koeficijent strujnog modela k-te faze dobiven iz Four. reda
93              %    (6 članova) za slučaj momenta, te za odabrani kut rotora
94              TzFS_PM_square=TzFS_PM_square+ZFSPMPL(i,4)*cos(ZFSPMPL(i,1)*angle+ZFSPMPL(i,5));
95          end
96          %
97          %--- Izračun generiranih radijalnih sila i momenta
98          Fx=Fx+FxFS_PM_lin*I(k)+FxFS_PM_square*(I(k))^2;
99          Fy=Fy+FyFS_PM_lin*I(k)+FyFS_PM_square*(I(k))^2;
100         Tz=Tz+TzFS_PM_lin*I(k)+TzFS_PM_square*(I(k))^2;
101         FxFyTz=[Fx Fy Tz];
102     end
103
104 end
```

Prilog B - inverzni strujni model (diskretni oblik)

```
%=========================================================
%--- Ime skripte: 'SolveFmincon_SixCurrentsDoubleStarConnectionREV2.mat'
%-------------------------------------------------------------------------------------
%--- Opis skripte - Skipta koja služi za riješavanje optimizacijskog problema
%                   BFSS 12/10  motora sa kombiniranim sustavom
%                   namota spojenim u dvostruki zvijezda spoj
%                   (pronalazak inverznog strujnog modela u diskr. obliku)
%-------------------------------------------------------------------------------------
%--- Definicija opt. problema(za neku vrijednost kuta rotora):
%       min:    i1^2+i2^2+i3^2+i4^2+i5^2+i6^2,
%       uvjeti:  Fx-k1x+k2x*i1+k3x*(i1)^2+k4x*i2+k5x*(i2)^2+...+k12x*i6+k13x*(i6)^2=0
%                Fy-k1y+k2y*i1+k3y*(i1)^2+k4y*i2+k5y*(i2)^2+...+k12y*i6+k13y*(i6)^2=0
%                Tz-k1z+k2z*i1+k3z*(i1)^2+k4z*i2+k5z*(i2)^2+...+k12z*i6+k13z*(i6)^2=0
%                i1+i3+i5=0
%                i2+i4+i6=0
%-------------------------------------------------------------------------------------
%---Zadavanje domene(za sve kuteve rotora):
%       Riješenje optimizacijskog problema se pronalazi u točkama koje čine
%       3D pravokutnu mrežu u Fx,Fy, Tz prostoru.
%       Točke domene definiraju se u skripti naredbama
%       Fx1d=-30:1:30;Fy1d=-30:1:30;Tz1d1=0:0.1:2;
%       Na temelju odabranih vektora Fx1d,Fy1d i Tz1d1
%       skripta generira 3D pravokutnu mrežu točaka
%       čije su koordinate spremljene u 3 3D matrice:
%       Fxmesh -> sila u x- smjeru, u [N]
%       Fymesh -> sila u y- smjeru, u [N]
%       Tzmesh -> moment oko osi z-, u [Nm]
%-------------------------------------------------------------------------------------
%--- Ulaz:
%       mat datoteka koja sadrži koeficijente strujnog modela
%       za svih 6 faza motora
%       naziv datoteke: 'TermsForAllAnglesI1   3   5   7   9  11'
%       Datoteka se dobije pokretanjem funkcije:
%       function [Fx_mod1, Fy_mod1, Tz_mod1] = FxFyTz_AllForcesandTerms_withoutRules...
%           ( i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,fi_r )
%
%--- Izlazi(rješenja):
%       ixmesh - 3D matrica koja sadrži riješenja(struje) optimizacijskog problema
%                       svakoj od 6 struja pripada jedna matrica
%
%-------------------------------------------------------------------------------------
%---Veza nezavisnih varijabli i riješenja:
%   Točci iz domene definiranoj vektorom:[Fxmesh(i,l,m); Fymesh(i,l,m); Tzmesh(i,l,m)]
%   pripada riješenje definirano vektorom:[i1mesh(i,l,m); i2mesh(i,l,m);...; i6mesh(i,l,m)]
%-------------------------------------------------------------------------------------
%--- Iz ove funkcije pozivaju se funkcije:
%       [Fx_mod1, Fy_mod1, Tz_mod1] = FxFyTz_AllForcesandTerms_withoutRules...
%                                       ( i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,fi_r )
%
%       [ F, Feq] = Terms2Forces(I,Terms,F_w)
%
%       function [ losses ] = functominize( I )
%=========================================================================
clear all
close all
clc
%---Iteracije po kutu rotora
for main_1=0:1:36
    %-------------------------------------------------------------------
    % 1. --- Pronalazak riješenja optimizacijskog problema
    %-------------------------------------------------------------------
    keepvars = {'main_1'};
```

```
63      clearvars('-except', keepvars{:});
64      Angle=main_1;
65      %
66      %--- Učitavanje koeficijenata strujnog modela
67      load('TermsForAllAnglesI1   3   5   7   9  11')
68      %
69      %--- Spremanje koeficijenata strujnog modela u matricu
70      Terms=zeros(9,13);
71      Terms(1,1:2)=k_cogg_X_AllAngles(Angle+1,:);
72      Terms(2,1:2)=k_cogg_Y_AllAngles(Angle+1,:);
73      Terms(3,1:2)=k_cogg_Z_AllAngles(Angle+1,:);
74      Terms(4,:)=k_lin_X_AllAngles(Angle+1,:);
75      Terms(5,:)=k_lin_Y_AllAngles(Angle+1,:);
76      Terms(6,:)=k_lin_Z_AllAngles(Angle+1,:);
77      Terms(7,:)=k_square_X_AllAngles(Angle+1,:);
78      Terms(8,:)=k_square_Y_AllAngles(Angle+1,:);
79      Terms(9,:)=k_square_Z_AllAngles(Angle+1,:);
80      %--- DEFINIRANJE DOMENE(RASPONI I KORACI)
81      %
82      %--- Nezavisna varijabla Fx(sila u x- smjeru)
83      Fx1d=-30:1:30;
84      %
85      %--- Nezavisna varijabla Fy(sila u y- smjeru)
86      Fy1d=-30:1:30;
87      %
88      %--- Nezavisna varijabla Tz(moment oko z- osi)
89      Tz1d1=0:0.1:2;
90      %
91      %--- Kreiranje 3D pravokutne mreže točaka
92      [FxMesh,FyMesh,TzMesh]=meshgrid(Fx1d,Fy1d,Tz1d1);
93      %
94      %--- Deklaracija i inicijalizacije varijabli riješenja
95      i1mesh=0*FxMesh;
96      i2mesh=0*FxMesh;
97      i3mesh=0*FxMesh;
98      i4mesh=0*FxMesh;
99      i5mesh=0*FxMesh;
100     i6mesh=0*FxMesh;
101     %
102     %
103     SizeF=size(FxMesh);
104     i1_Size=SizeF(1);
105     i5_Size=SizeF(2);
106     i9_Size=SizeF(3);
107     %
108     %--- Pomočne 1D varijable u svrhu provijere
109     %     dobivenih rješenja
110     i1_1d=zeros(1,1:i1_Size*i5_Size*i9_Size);
111     i3_1d=i1_1d;
112     i5_1d=i1_1d;
113     i7_1d=i1_1d;
114     i9_1d=i1_1d;
115     i11_1d=i1_1d;
116     %
117     %--- Varijable za provijeru zadovoljenosti
118     %      dobivenih riješenja u smislu spoja namota
119     sum_of_cur_i1i3i5=0*i1_1d;
120     sum_of_cur_i2i4i6=0*i1_1d;
121     %
122     %--- Pomočne 1D varijable u svrhu provijere
123     Fx1d_init=i1_1d;
124     Fy1d_init=i1_1d;
125     Tz1d_init=i1_1d;
126     %
127     %---Varijable u koje se spremaju indeksi točaka
128     %     u kojima riješenje nije pronađeno
129     NoSolutionIndexes_ilm=zeros(1,3);
130     NoSolutionForcesTorque=zeros(1,3);
131     NoSolIndex=1;
132     %
133     %---Varijable u koje se spremaju riješenja
```

```
134     %     koja su iznad 2000 AZ
135     Above2000ATIndexes_ilm=zeros(1,3);
136     FxFyTzAbove2000At=zeros(1,3);
137     FxFyTzAbove2000At_Model=zeros(1,3);
138     CurrentsAbove2000At=zeros(1,4);
139     Above2000Atindex=1;
140     %
141     %--- Pomočni iterator za konvertiranje 1D u 3D
142     k=1;
143     km=1;
144     %--- Trostruka for petlja za prolaz po svim točkama domene
145     for i=1:i1_Size
146         for l=1:i5_Size
147             for m=1:i9_Size
148                 %--- dohvačanje točke u trenutnoj iteraciji
149                 Fx=FxMesh(i,l,m);
150                 Fy=FyMesh(i,l,m);
151                 Tz=TzMesh(i,l,m);
152                 %
153                 %---Vektor koordinata točke u trenutnoj iteraciji
154                 F_w=[Fx Fy Tz];
155                 %
156                 %---Početno riješenje
157                 x0 = [0,0,0,0,0,0];
158                 %
159                 %---funkcijska varijabla za funkciju kojom
160                 %    su definirani uvjeti optimizacijskog problema
161                 %    optimizacija po varijabli I
162                 eqconstrainedfunc=@(I)Terms2Forces(I,Terms,F_w);
163                 %
164                 %---funkcijska varijabla za funkciju koje se minimizira
165                 %    u optimizacijskom problemu
166                 %    optimizacija po varijabli I
167                 funtomin =@(I)functominize(I);
168                 %
169                 %---Uvjeti za lin. nejednadžbe, uvijek zadovoljeno
170                 A=zeros(6,6);
171                 b = [1 1 1 1 1 1];
172                 %
173                 %--- Uvjeti koji se odnose na sustav linearnih
174                 %     jednadžbi su već prethodno uzeti u obzir
175                 %     te se ovdje ne uzimaju u obzir
176                 Aeq = [];
177                 beq = [];
178                 %
179                 %--- Donja i gornja granica prostora pretraživanja
180                 %     nije ograničena
181                 lb = [];
182                 ub = [];
183                 %
184                 %--- Odabir algoritma sekvencijalnog kvadratnog programiranja
185                 OPTIONS = optimset('Display','none','Algorithm','sqp');
186                 %
187                 %--- Pokretanje riješavača
188                 I_opt=fmincon(funtomin,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,eqconstrainedfunc,OPTIONS);
189                 %
190                 %--- Detektcija točke u kojoj nije nađeno riješenje
191                 if isempty(I_opt)
192                     i1_all=0;
193                     i2_all=0;
194                     i3_all=0;
195                     NoSolutionIndexes3d_ilm(NoSolIndex,1:3)=[i l m];
196                     NoSolutionForcesTorque(NoSolIndex,1:3)=[Fx Fy Tz];
197                     NoSolIndex=NoSolIndex+1;
198                     %
199                     %---Riješenje je pronađeno
200                     else
201                     i1_all=I_opt(1);
202                     i2_all=I_opt(2);
203                     i3_all=I_opt(3);
204                     i4_all=I_opt(4);
```

```
205                     i5_all=I_opt(5);
206                     i6_all=I_opt(6);
207                 end
208                 %
209                 %--- 3D -> 1D (u svrhu provijere)
210                 Fx1d_init(k)=FxMesh(i,l,m);
211                 Fy1d_init(k)=FyMesh(i,l,m);
212                 Tz1d_init(k)=TzMesh(i,l,m);
213                 i1_min=i1_all;
214                 i2_min=i2_all;
215                 i3_min=i3_all;
216                 i4_min=i4_all;
217                 i5_min=i5_all;
218                 i6_min=i6_all;
219                 %
220                 %--- Spremanje pronađenog riješenja u 3D matrice
221                 %
222                 %--- Struja faze 1
223                 i1mesh(i,l,m)=i1_min;
224                 %
225                 %--- Struja faze 2
226                 i2mesh(i,l,m)=i2_min;
227                 %
228                 %--- Struja faze 3
229                 i3mesh(i,l,m)=i3_min;
230                 %
231                 %--- Struja faze 4
232                 i4mesh(i,l,m)=i4_min;
233                 %
234                 %--- Struja faze 5
235                 i5mesh(i,l,m)=i5_min;
236                 %
237                 %--- Struja faze 6
238                 i6mesh(i,l,m)=i6_min;
239                 %
240                 %-------------------------------------------------------------------
241                 % 2. --- Provjera postoje li struje iznad 2000 [AZ]
242                 %           (ulazak u zasičenje)
243                 %-------------------------------------------------------------------
244                 %
245                 %--- 3D ->1D
246                 i1_1d(k)=i1mesh(i,l,m);
247                 i3_1d(k)=i2mesh(i,l,m);
248                 i5_1d(k)=i3mesh(i,l,m);
249                 i7_1d(k)=i4mesh(i,l,m);
250                 i9_1d(k)=i5mesh(i,l,m);
251                 i11_1d(k)=i6mesh(i,l,m);
252                 %
253                 %--- Povijera zadovljenosti uvijeta koji se odnose na
254                 %    jednadžbe strujnog modela
255                 [FxCheck(k),FyCheck(k),TzCheck(k)]=FxFyTz_AllForcesandTerms_withoutRules...
256                 (i1_1d(k),0,i3_1d(k),0,i5_1d(k),0,i7_1d(k),0,i9_1d(k),0,i11_1d(k),0,Angle);
257                 %
258                 %---Otkrivanje i spremanje struja iznad 2000 Az
259                 if (abs(i1_1d(k))>2000 || abs(i3_1d(k))>2000 || abs(i5_1d(k))>2000 || ...
260                     abs(i7_1d(k))>2000 || abs(i9_1d(k))>2000 || abs(i11_1d(k))>2000 )
261                     Above2000ATIndexes_ilm(Above2000Atindex,1:3)=[i l m];
262                     FxFyTzAbove2000At(Above2000Atindex,1:3)=...
263                     [Fx1d_init(k) Fy1d_init(k) Tz1d_init(k)];
264                     FxFyTzAbove2000At_Model(Above2000Atindex,1:3)=...
265                     [FxCheck(k) FyCheck(k) TzCheck(k)];
266                     CurrentsAbove2000At(Above2000Atindex,1:6)=...
267                     [i1_1d(k) i3_1d(k) i5_1d(k) i7_1d(k) i9_1d(k) i11_1d(k)];
268                     Above2000Atindex=Above2000Atindex+1;
269                 end
270                 %
271                 %--- Povijera zadovljenosti uvijeta koji se odnose na jednadžbe spoja
272                 %namota
273                 sum_of_cur_i1i3i5(k)=i1mesh(i,l,m)+i3mesh(i,l,m)+i5mesh(i,l,m);
274                 sum_of_cur_i2i4i6(k)=i2mesh(i,l,m)+i4mesh(i,l,m)+i6mesh(i,l,m);
275                 k=k+1;
```

```
276                 ost=k-floor(k/1000)*1000;
277                 if ost==0
278                     k
279                 end
280             end
281         end
282     end
283     %
284     %--- Spremanje dobivenih rezultata(točaka 3D mreže, struja, struja iznad 2000AZ,
285     %     točke u kojima nema riješenja)
286     save(strcat('ForcesToCurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2',num2str(Angle),'deg','Fx',...
287     num2str(min(Fx1d)),'To',num2str(max(Fx1d)),'Fy',num2str(min(Fy1d)),'To',...
288     num2str(max(Fy1d)),'Tz',num2str(min(Tz1d1)),'To',num2str(max(Tz1d1))),...
289     'i1mesh','i2mesh','i3mesh','i4mesh','i5mesh','i6mesh','FxMesh','FyMesh',...
290     'TzMesh','NoSolutionForcesTorque','FxFyTzAbove2000At',...
291     'FxFyTzAbove2000At_Model','CurrentsAbove2000At',...
292     'NoSolutionIndexes_ilm','Above2000ATIndexes_ilm','FxCheck',...
293     'FyCheck','TzCheck','sum_of_cur_i1i3i5','sum_of_cur_i2i4i6');
294     %
295     %-------------------------------------------------------------------
296     % 3. --- Crtanje slika u svrhu vizualne provijere
297     %           dobivenih riješenja
298     %-------------------------------------------------------------------
299     %
300     %--- Provijera zadovoljenosti jedn. uvjeta za za slučaj sile Fx
301     h=figure;
302     %h=figure('visible','off');
303     subplot(1,3,1)
304     plot(Fx1d_init,'r--')
305     hold on
306     plot(FxCheck,'.')
307     grid
308     legend('RealForces','Obtained')
309     %
310     %--- Provijera zadovoljenosti jedn. uvjeta za slučaj sile Fy
311     subplot(1,3,2)
312     plot(Fy1d_init,'r--')
313     hold on
314     plot(FyCheck,'.')
315     grid
316     legend('RealForces','Obtained')
317     %
318     %--- Provijera zadovoljenosti jedn. uvjeta za slučaj moment
319     subplot(1,3,3)
320     plot(Tz1d_init,'r--')
321     hold on
322     plot(TzCheck,'.')
323     grid
324     legend('RealForces','Obtained')
325     %
326     %--- Spremanje slike zadovoljenosti strujnog modela
327     saveas(h,strcat('CheckSolution_ForcesSixCurrentsDoubleStarConnectionREV2',...
328     num2str(Angle),'deg','Fx',num2str(min(Fx1d)),'To',num2str(max(Fx1d)),...
329     'Fy',num2str(min(Fy1d)),'To',num2str(max(Fy1d)),'Tz',num2str(min(Tz1d1)),...
330     'To',num2str(max(Tz1d1))),'fig');
331     %
332     %--- Provijera zadovljenosti sume struja(prvi zvijezda spoj)
333     h1=figure()
334     plot(sum_of_cur_i1i3i5)
335     saveas(h1,strcat('CheckSolution_ForcesSixCurrents_SumOfCurrI1I3I5REV2',...
336     num2str(Angle),'deg','Fx',num2str(min(Fx1d)),'To',num2str(max(Fx1d)),...
337     'Fy',num2str(min(Fy1d)),'To',num2str(max(Fy1d)),'Tz',num2str(min(Tz1d1)),...
338     'To',num2str(max(Tz1d1))),'fig');
339     %
340     %--- Provijera zadovljenosti sume struja(drugi zvijezda spoj)
341     h2=figure()
342     plot(sum_of_cur_i2i4i6)
343     saveas(h1,strcat('CheckSolution_ForcesSixCurrents_SumOfCurrI2I4I6REV2',...
344     num2str(Angle),'deg','Fx',num2str(min(Fx1d)),'To',num2str(max(Fx1d)),'Fy',...
345     num2str(min(Fy1d)),'To',num2str(max(Fy1d)),'Tz',num2str(min(Tz1d1)),...
346     'To',num2str(max(Tz1d1))),'fig');
```

```
    clear
    close all
end
```

```
%=======================================================
%--- Funkcija kojom su definirani uvjeti opt. problema
%=======================================================
%
function [ F, Feq] = Terms2Forces(I,Terms,F_w)
    %
    %--- Broj faza
    N=12;
    %
    %--- Deklaracija i inicijalizacija varijabli
    I12=zeros(1,N);
    I12(1)=I(1);
    I12(3)=I(2);
    I12(5)=I(3);
    I12(7)=I(4);
    I12(9)=I(5);
    I12(11)=I(6);
    %
    %--- Koeficijenti strujnog modela
    k_cogg_X_AllAngles=Terms(1,:);
    k_cogg_Y_AllAngles=Terms(2,:);
    k_cogg_Z_AllAngles=Terms(3,:);
    k_lin_X_AllAngles=Terms(4,:);
    k_lin_Y_AllAngles=Terms(5,:);
    k_lin_Z_AllAngles=Terms(6,:);
    k_square_X_AllAngles=Terms(7,:);
    k_square_Y_AllAngles=Terms(8,:);
    k_square_Z_AllAngles=Terms(9,:);
    %
    %---Cogging sile i moment
    FxFyTz(1,2)=k_cogg_X_AllAngles(1,2);
    FxFyTz(1,3)=k_cogg_Y_AllAngles(1,2);
    FxFyTz(1,4)=k_cogg_Z_AllAngles(1,2);
    %
    %---Izračun sila i momenta iz strujnog modela
    %---Iteracije po fazama(strujama)
    for g=1:N
        FxFyTz(1,2)=FxFyTz(1,2)+k_lin_X_AllAngles(1,g+1)*I12(g)+k_square_X_AllAngles(1,g+1)*I12(g)^2;
        FxFyTz(1,3)=FxFyTz(1,3)+k_lin_Y_AllAngles(1,g+1)*I12(g)+k_square_Y_AllAngles(1,g+1)*I12(g)^2;
        FxFyTz(1,4)=FxFyTz(1,4)+k_lin_Z_AllAngles(1,g+1)*I12(g)+k_square_Z_AllAngles(1,g+1)*I12(g)^2;
    end
    %
    %--- Izračun lijeve strane jedn. uvjeta za strujni model
    FxFyTz(1,2)=FxFyTz(1,2)-F_w(1);
    FxFyTz(1,3)=FxFyTz(1,3)-F_w(2);
    FxFyTz(1,4)=FxFyTz(1,4)-F_w(3);
    %
    %--- Izračun lijeve strane jedn. uvjeta za spoj namota
    Iuk1=I(1)+I(3)+I(5);
    Iuk2=I(2)+I(4)+I(6);
    %
    %--- Izlaz
    Feq=[FxFyTz(1,2),FxFyTz(1,3),FxFyTz(1,4),Iuk1,Iuk2];
    %
    %--- Nema nelinearnih uvjeta opisanih nejednadžbama
    F=[];
end
```

```
function [ losses ] = functominize( I )
    %
    %--- Minimizirati gubitke u bakru uz pretpostavku
    %     jednakih omskih otpora faza
    losses=I(1)^2+I(2)^2+I(3)^2+I(4)^2+I(5)^2+I(6)^2;
end
```

```
%=====================================================
%--- Skripta za spremanje dobivenih riješenja opt. problema
%    u jednu .mat datoteku, u obliku dvije 4D matrice.
%    Skripta 'SolveFmincon_SixCurrentsDoubleStarConnectionREV2'
%    sprema riješenje u obliku da svakom kutu rotora pripada
%    jedna .mat datoteka.
%    Ova skripta služi za spajanje svih .mat datoteka u jednu
%    na način da su sva riješenja spremljena u obliku dvije .mat datoteke
%    Riješenja su sada spremljena u obliku 4D matrica kako bi se
%    uključila i varijabla kuta rotora. Naime riješenje opt. problema
%    su struje koje su funkcije 4 nezavisne varijable:
%       [Fx,Fy,Tz,fi_rot]
%-----------------------------------------------------------------------------------------
--
%--- Ulazi:
%       datoteke(.mat) dobivene pokretanjem skripte
%       'SolveFmincon_SixCurrentsDoubleStarConnectionREV2'
%--- Izlazi:
%     mat datoteka u kojoj su spremljene točke domene
%     mat datoteka u kojoj su spremljena riješenja opt.problema
%=====================================================
clear all
close all
clc
%
%--- Vektor vr. meh. kuta rotora za koji su pronađena riješenja
%     mora biti isti kao i u skripti: 'SolveFmincon_...
%                    SixCurrentsDoubleStarConnectionREV2
RotAngles=0:1:36;
%
%--- Definicija domene(3D pravokutne mreže)
%     mora biti ista kao i u skripti: 'SolveFmincon_...
%                    SixCurrentsDoubleStarConnectionREV2'
Fx1d=-30:1:30;Fy1d=-30:1:30;Tz1d1=0:0.1:2;
load(strcat('ForcesToCurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2',num2str(RotAngles(1)),...
'deg','Fx',num2str(min(Fx1d)),'To',num2str(max(Fx1d)),'Fy',num2str(min(Fy1d)),'To',...
num2str(max(Fy1d)),'Tz',num2str(min(Tz1d1)),'To',num2str(max(Tz1d1))));
%
%--- Deklaracija i inicijalizacija varijabli
SizeOfCurrentMesh=size(i1mesh);
%
%--- Svakoj fazi pripada po jedna 4D matrica sa riješenjima
i1meshAllAngles=zeros(SizeOfCurrentMesh(1),SizeOfCurrentMesh(2),...
SizeOfCurrentMesh(3),length(RotAngles));
i2meshAllAngles=i1meshAllAngles;
i3meshAllAngles=i1meshAllAngles;
i4meshAllAngles=i1meshAllAngles;
i5meshAllAngles=i1meshAllAngles;
i6meshAllAngles=i1meshAllAngles;
%
%--- Točke domene u obliku 4D matrica
FxmeshAllAngles=i1meshAllAngles;
FymeshAllAngles=i1meshAllAngles;
TzmeshAllAngles=i1meshAllAngles;
%
%--- Iteracije po kutovima rotora
for main_1=RotAngles
    keepvars = {'main_1','RotAngles','i1meshAllAngles','i2meshAllAngles',...
    'i3meshAllAngles','i4meshAllAngles','i5meshAllAngles','i6meshAllAngles',...
    'FxmeshAllAngles','FymeshAllAngles','TzmeshAllAngles','Fx1d','Fy1d','Tz1d1'};
    %
    %--- Brisanje učitanog riješenja iz prethodne iteracije
    clearvars('-except', keepvars{:});
```

```
63      %
64      %--- Kut rotora
65      Angle1=main_1;
66      %
67      %--- Učitavanje .mat datoteke riješenja opt. problema koja pripada kutu
68      %     rotora u trenutnoj iteraciji
69      load(strcat('ForcesToCurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2',num2str(Angle1),'deg',...
70      'Fx',num2str(min(Fx1d)),'To',num2str(max(Fx1d)),'Fy',num2str(min(Fy1d)),'To',...
71      num2str(max(Fy1d)),'Tz',num2str(min(Tz1d1)),'To',num2str(max(Tz1d1))));
72      %
73      %--- Spremanje učitanih podataka u 4D matrice
74      i1meshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=i1mesh;
75      i2meshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=i2mesh;
76      i3meshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=i3mesh;
77      i4meshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=i4mesh;
78      i5meshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=i5mesh;
79      i6meshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=i6mesh;
80      FxmeshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=FxMesh;
81      FymeshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=FyMesh;
82      TzmeshAllAngles(:,:,:,Angle1+1)=TzMesh;
83  end
84  %
85  %--- Spremanje rezultata
86  save('CurrentsAllRotorAnglesSixCurrDoubleStarREV2_-30To30N_1N_...
87  resolution_0_To_2Nm_01Nm_resolution_1degresolution','i1meshAllAngles',...
88  'i2meshAllAngles','i3meshAllAngles','i4meshAllAngles','i5meshAllAngles','i6meshAllAngles')
89  save('ForcesTorqueAllRotorAnglesSixCurrDoubleStarREV2_-30To30N_...
90  1N_resolution_0_To_01Nm_01Nm_resolution_1degresolution',...
91  'FxmeshAllAngles','FymeshAllAngles','TzmeshAllAngles')
```

Prilog C - aproksimacija inverznog strujnog modela (izračun koeficijenata Taylorovog reda)

```
1   %=========================================================================================
2   %--- Ime skripte:
3   %       'LeastSqureFromForcesToCurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2'
4   %-----------------------------------------------------------------------------------------
5   %--- Opis skripte - Skipta služi za određivanje koeficijenata Taylorovog reda
6   %                   kojom se aproksimira inverzni strujni model.
7   %                   Koeficijenti Taylorovog reda određuju se
8   %                   metodom najmanjih kvadrata, na temelju
9   %                   riješenja optimizacijskog problema.
10  %                   Skripta omogučuje razvoj u Taylorov red do
11  %                   proizvoljnog stupnja.
12  %
13  %-----------------------------------------------------------------------------------------
14  %--- Ulaz:
15  %               mat datoteke dobivene pokretanjem skripte
16  %               'FromSeparateTo2Files'
17  %-----------------------------------------------------------------------------------------
18  %
19  %--- Izlazi:
20  %      .mat datoteke sa koeficijentima Taylorovog reda,
21  %      po jedna za svaki kut rotora
22  %      Naziv .mat dateka:
23  %      i1_i3_i5_i7_i9_i11_as_functions_of_Fx_Fy_Tz_DoubleStar...
24  %                                REV2XOrderYdegFx-30To30Fy-30To30Tz0To2
25  %
26  %      .mat datoteka sa članovima Taylorovog reda
27  %           spremljenih u polje čelija.
28  %       Naziv .mat datoteke:
```

```
%               Exctract_till_Xorder_SixCurrStarREV2
%
%-------------------------------------------------------------------------------------------
%--- Iz ove funkcije pozivaju se funkcije/skripte:
%
%       skripta: RUN_FIRST
%
%       funkcija: function [ PowerSeriesString,num_of_terms ] = ...
%                                CreatePowerSeriesStr_Rev1( power_order )
%
%       funkcija: function [ Fx_mod1,Fy_mod1,Tz_mod1 ] =
%               FromTermsToForcesTorque(i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,fi_one)
%
%===========================================================================================
%
%--- Iteracije po kutu rotora
for mn=0:1:36
    AngleRot=mn;
    clc
    %-----------------------------------------------------------------
    %1. --- Određivanje koef. Taylorovog reda
    %-----------------------------------------------------------------
    %
    %--- Skripta koja sprema koeficijente strujnog modela
    %     u globalne varijable
    RUN_FIRST
    %
    %---- Učitavanje podataka(inverzni strujni model u diskretnom obliku)
    load(strcat('CurrentsAllRotorAnglesSixCurrDoubleStarREV2_-30To30N',...
    '_1N_resolution_0_To_2Nm_01Nm_resolution_1degresolution.mat'));
    load(strcat('ForcesTorqueAllRotorAnglesSixCurrDoubleStarREV2_-30To30N',...
    '_1N_resolution_0_To_01Nm_01Nm_resolution_1degresolution.mat'));
    %
    %--- Željeni stupanj Taylorovog reda
    PS_ord=3;
    %
    %--- Kut rotora
    AngleRot=mn;
    %
    %--- Definiranje točaka koje služe za provijeru točnosti aproksimacije
    Fx_c_arr=-30:1.7:30;
    Fy_c_arr=-30:1.7:30;
    Tz_c_arr=0:0.13:2;
    %
    %--- Generiranje 3D pravokutne mreže točaka(za provijeru)
    [Fx_c_mesh,Fy_c_mesh,Tz_c_mesh]=meshgrid(Fx_c_arr,Fy_c_arr,Tz_c_arr);
    SizeCheck=size(Fx_c_mesh);
    %
    %--- Generiranje znakovnog niza (stringa) sa članovima Taylorovog reda do
    %     PS_ord stupnja(do na konstante ispred članova)
    [PowerSeriesString,num_of_terms ] = CreatePowerSeriesStr_Rev1(PS_ord);
    %
    %--- Pomočna varijabla za prijelaz sa 3D u 1D
    k=1;
    %
    %--- Varijable za 1D zapis riješenja opt. problema
    SolSize=size(i1meshAllAngles);
    i1_1d_sol=zeros(SolSize(1)*SolSize(2)*SolSize(3),1);
    i2_1d_sol=i1_1d_sol;
    i3_1d_sol=i1_1d_sol;
    i4_1d_sol=i1_1d_sol;
    i5_1d_sol=i1_1d_sol;
    i6_1d_sol=i1_1d_sol;
    %
    %--- Varijable za 1D zapis točaka
    Fx_1d_sol=i1_1d_sol;
    Fy_1d_sol=i1_1d_sol;
    Tz_1d_sol=i1_1d_sol;
    %
    %--- Trostruka for petlja za prolaz po svim točkama izabrane domene
    for i=1:SolSize(1)
```

```
        for l=1:SolSize(2)
            for m=1:SolSize(3)
                %
                %--- Prebacivanje rješenje opt. problema u 1D oblik
                i1_1d_sol(k)=i1meshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                i2_1d_sol(k)=i2meshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                i3_1d_sol(k)=i3meshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                i4_1d_sol(k)=i4meshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                i5_1d_sol(k)=i5meshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                i6_1d_sol(k)=i6meshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                %
                %--- Prebacivanje točaka domene u 1D oblik
                Fx_1d_sol(k)=FxmeshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                Fy_1d_sol(k)=FymeshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                Tz_1d_sol(k)=TzmeshAllAngles(i,l,m,AngleRot+1);
                k=k+1;
            end
        end
    end
    %
    %--- Imena varijabli točaka domene u skladu sa znakovnim nizom
    %     članova Taylorovog reda
    Fx=Fx_1d_sol;
    Fy=Fy_1d_sol;
    Tz=Tz_1d_sol;
    %
    %--- Deklaracija i inicijalizacija matrice LS metode
    X_i1_i3_i5_i7_i9_i11=zeros(SolSize(1)*SolSize(2)*SolSize(3),num_of_terms);
    %
    %--- Pomočna varijabla
    k=1;
    %
    %--- Trostruka for petlja za izračun elemenata LS matrice
    for i=1:SolSize(1)
        for l=1:SolSize(2)
            for m=1:SolSize(3)
                X_i1_i3_i5_i7_i9_i11(k,:)=eval(PowerSeriesString);
                k=k+1;
            end
        end
    end
    %----Izračun koeficijenata Taylorovog reda metodom najmanjih kvadrata
    %     za slučaj kuta rotora u trenutnoj iteraciji
    Terms_i1=double((X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' *X_i1_i3_i5_i7_i9_i11) \ ...
    X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * i1_1d_sol);
    Terms_i3=double((X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * X_i1_i3_i5_i7_i9_i11) \ ...
    X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * i2_1d_sol);
    Terms_i5=double((X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * X_i1_i3_i5_i7_i9_i11) \...
    X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * i3_1d_sol);
    Terms_i7=double((X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * X_i1_i3_i5_i7_i9_i11) \ ...
    X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * i4_1d_sol);
    Terms_i9=double((X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * X_i1_i3_i5_i7_i9_i11) \...
    X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * i5_1d_sol);
    Terms_i11=double((X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * X_i1_i3_i5_i7_i9_i11) \ ...
    X_i1_i3_i5_i7_i9_i11' * i6_1d_sol);
    %
    %--- Zapis koeficijenata Taylorovog reda u polje čelija u svrhu ispisa u
    %     command window
    Coeff=cell(num_of_terms+1,7);
    Coeff(1,1)=cellstr('Term');
    Coeff(1,2)=cellstr('Terms_i1');
    Coeff(1,3)=cellstr('Terms_i2');
    Coeff(1,4)=cellstr('Terms_i3');
    Coeff(1,5)=cellstr('Terms_i4');
    Coeff(1,6)=cellstr('Terms_i5');
    Coeff(1,7)=cellstr('Terms_i6');
    %
    %-------------------------------------------------
    %--- Članovi Taylorovog reda u obliku polja
    %    čelija (svaka čelija sadrži jedan član
    %    Taylorovog reda)
```

```
171     %    Polje čelija sa članovima Taylorovog
172     %    generira se iz PowerSeriesString
173     %    Potrebno za funkciju koja se koristi
174     %    u Simulinku kojom je implementiran
175     %    inverzni strujni model
176     %-------------------------------------------------
177     %---Deklariranje polja čelija
178     Exctract=cell(1,num_of_terms);
179     k=1;
180     %
181     %--- Prvi član Taylorovog reda
182     for i=2:7
183         if PowerSeriesString(i)==' '
184             Exctract(1,1)=cellstr(PowerSeriesString(1,2:i));
185             k=k+1;
186         end
187     end
188     %
189     %--- Svi ostali članovi Taylorovog reda
190     num_of_chars=size(PowerSeriesString);
191     k=2;
192     it=0;
193     for i=2:num_of_chars(2)
194         it=it+1;
195         %
196         %--- Otkrivanje početka člana Taylorovog reda
197         if (PowerSeriesString(it)=='F') ||(PowerSeriesString(it)=='T')
198             for m=it:it+30
199                 %--- Otkrivanje kraja člana Taylorovog reda ili završetka
200                 %       kreiranja polja čelija sa članovima Taylorovog reda
201                 if (PowerSeriesString(m)==' ') ||(PowerSeriesString(m)==']')
202                     Exctract(1,k)=cellstr(PowerSeriesString(1,it:m-1));
203                     it=m-1;
204                     k=k+1;
205                     break
206                 end
207             end
208         end
209         %--- Otkrivanje završetka kreiranja polja čelija
210         %     sa članovima Taylorovog reda
211         if PowerSeriesString(m)==']'
212             break
213         end
214     end
215     %
216     %--- Spremanje polja čelija
217     save(strcat('Exctract_till_',num2str(PS_ord),'order_SixCurrStarREV2'),'Exctract')
218     %
219     %--- Spremanje izračunatih koeficijenata Taylorovog reda u .mat datoteku
220     %     za kut rotora u trenutnoj iteraciji
221     save(strcat('i1_i3_i5_i7_i9_i11_as_functions_of_Fx_Fy_Tz_DoubleStarREV2',...
222     num2str(PS_ord),'Order',num2str(AngleRot),'deg','Fx',num2str(round(min(Fx_1d_sol))),...
223     'To',num2str(round(max(Fx_1d_sol))),'Fy',num2str(round(min(Fy_1d_sol))),'To',...
224     num2str(round(max(Fy_1d_sol))),'Tz',num2str(round(min(Tz_1d_sol))),'To',...
225     num2str(round(max(Tz_1d_sol)))),'Terms_i1','Terms_i3','Terms_i5',...
226     'Terms_i7','Terms_i9','Terms_i11');
227     %
228     %--- Prikaz dobivenih rezultata u Command Window-u
229     Coeff(2:end,1)=Exctract';
230     Coeff(2:end,2)=num2cell(Terms_i1);
231     Coeff(2:end,3)=num2cell(Terms_i3);
232     Coeff(2:end,4)=num2cell(Terms_i5);
233     Coeff(2:end,5)=num2cell(Terms_i7);
234     Coeff(2:end,6)=num2cell(Terms_i9);
235     Coeff(2:end,7)=num2cell(Terms_i11);
236     Coeff
237     %-----------------------------------------------------------------
238     %2. --- Provijera i procijena dobivenih rezultata
239     %-----------------------------------------------------------------
240     %
241     %--- Deklaracija i inicijalizacija varijabli
```

```
    Fx_1d_c_init=zeros(1,SizeCheck(1)*SizeCheck(2)*SizeCheck(3));
    Fy_1d_c_init=zeros(1,SizeCheck(1)*SizeCheck(2)*SizeCheck(3));
    Tz_1d_c_init=zeros(1,SizeCheck(1)*SizeCheck(2)*SizeCheck(3));
    %
    i1c=0*Fx_1d_c_init;
    i3c=0*Fx_1d_c_init;
    i5c=0*Fx_1d_c_init;
    i7c=0*Fx_1d_c_init;
    i9c=0*Fx_1d_c_init;
    i11c=0*Fx_1d_c_init;
    %
    i_sum_c1=0*Fx_1d_c_init;
    i_sum_c2=0*Fx_1d_c_init;
    %
    SizeCurr=SizeCheck(1)*SizeCheck(2)*SizeCheck(3);
    k=1;
    %
    %--- Trostruka for petlja za 1D prikaz točaka provjere
    for i=1:SizeCheck(1)
        for l=1:SizeCheck(2)
            for m=1:SizeCheck(3)
                Fx_1d_c_init(1,k)=Fx_c_mesh(i,l,m);
                Fy_1d_c_init(1,k)=Fy_c_mesh(i,l,m);
                Tz_1d_c_init(1,k)=Tz_c_mesh(i,l,m);
                k=k+1;
            end
        end
    end
    %--- Imena varijabli točaka domene u skladu sa znakovnim nizom
    %     članova Taylorovog reda
    Fx=Fx_1d_c_init;
    Fy=Fy_1d_c_init;
    Tz=Tz_1d_c_init;
    %
    %---Izračun struja faza u točkama odabranim
    %     za provjeru korištenjem izračunatog
    %     Taylorovog polinoma PS_ord stupnja
    %
    for k=1:SizeCurr
        for m=1:num_of_terms
            i1c(1,k)=i1c(1,k)+eval(char(Exctract(1,m)))*Terms_i1(m);
            i3c(1,k)=i3c(1,k)+eval(char(Exctract(1,m)))*Terms_i3(m);
            i5c(1,k)=i5c(1,k)+eval(char(Exctract(1,m)))*Terms_i5(m);
            i7c(1,k)=i7c(1,k)+eval(char(Exctract(1,m)))*Terms_i7(m);
            i9c(1,k)=i9c(1,k)+eval(char(Exctract(1,m)))*Terms_i9(m);
            i11c(1,k)=i11c(1,k)+eval(char(Exctract(1,m)))*Terms_i11(m);
        end
        i_sum_c1(1,k)=i1c(1,k)+i5c(1,k)+i9c(1,k);
        i_sum_c2(1,k)=i3c(1,k)+i7c(1,k)+i11c(1,k);
    end
    %
    %--- Uvrštenje dobivenih struja u strujni model u svrhu provjere
    for k=1:SizeCurr
        [ Fx_From_PS(k),Fy_From_PS(k),Tz_From_PS(k) ] = FromTermsToForcesTorque...
        (i1c(1,k),0,i3c(1,k),0,i5c(1,k),0,i7c(1,k),0,i9c(1,k),0,i11c(1,k),0,AngleRot);
    end
    %
    %--- Grafička usporedba zadanih i dobivenih(ostvaranih) sila i momenta
    %    u svrhu provjere i ocijene kvalitete aproksimacije inverznog strujnog
    %    modela
    %
    %--- Sila u x- smjeru(zadana i dobivena)
    h=figure()
    subplot(1,3,1)
    plot(Fx_From_PS,'x')
    hold on
    plot(Fx_1d_c_init,'r--')
    ylabel('$F_X [Newton]$','Interpreter','LaTex','FontSize',12)
    legend('FromPowerSeries','Initial Force','Interpreter','LaTex')
    naslov=strcat('$ \phi=',num2str(AngleRot),'[deg]$');
    title(naslov,'Interpreter','LaTex')
```

```
313     grid
314     %
315     %--- Sila u y- smjeru(zadana i dobivena)
316     subplot(1,3,2)
317     plot(Fy_From_PS,'x')
318     hold on
319     plot(Fy_1d_c_init,'r--')
320     grid
321     ylabel('$F_Y [Newton]$','Interpreter','LaTex','FontSize',12)
322     legend('FromPowerSeries','Initial Force')
323     title(naslov,'Interpreter','LaTex')
324     %
325     %--- Moment oko z- osi (zadani i dobiveni(ostvareni))
326     subplot(1,3,3)
327     plot(Tz_1d_c_init,'r--')
328     hold on
329     plot(Tz_From_PS,'x')
330     grid
331     ylabel('$T_Z [NewtonMeter]$','Interpreter','LaTex','FontSize',12)
332     legend('Initial Torque','FromPowerSeries')
333     title(naslov,'Interpreter','LaTex')
334     %saveas(h,'name','fig')
335     %
336     %--- Spremanje slike usporedbe zadanih i dobivenih sila
337     saveas(h,strcat('CheckSolution_ForcesREV2',num2str(AngleRot),'deg',...
338     'Fx',num2str(round(min(Fx_1d_c_init))),'To',num2str(round(max(Fx_1d_c_init))),...
339     'Fy',num2str(round(min(Fy_1d_c_init))),'To',num2str(round(max(Fy_1d_c_init))),...
340     'Tz',num2str(round(min(Tz_1d_c_init))),'To',num2str(round(max(Tz_1d_c_init)))),'fig');
341     %
342     %--- Spremanje slike sume struja prvog zvijezda spoja
343     h1=figure()
344     plot(i_sum_c1);
345     title('i1+i3+i5','Interpreter','LaTex');
346     saveas(h1,strcat('CheckSolution_SumOfCurr_i1i3i5REV2',num2str(AngleRot),'deg',...
347     'Fx',num2str(round(min(Fx_1d_c_init))),'To',num2str(round(max(Fx_1d_c_init))),'Fy',...
348     num2str(round(min(Fy_1d_c_init))),'To',num2str(round(max(Fy_1d_c_init))),'Tz',...
349     num2str(round(min(Tz_1d_c_init))),'To',num2str(round(max(Tz_1d_c_init)))),'fig');
350     %
351     %--- Spremanje slike sume struja drugog zvijezda spoja
352     h2=figure()
353     plot(i_sum_c2);
354     title('i7+i9+i11','Interpreter','LaTex');
355     saveas(h1,strcat('CheckSolution_DoubleStarSumOfCurr_i2i4i6REV2',...
356     num2str(AngleRot),'deg','Fx',num2str(round(min(Fx_1d_c_init))),'To',...
357     num2str(round(max(Fx_1d_c_init))),'Fy',num2str(round(min(Fy_1d_c_init))),'To',...
358     num2str(round(max(Fy_1d_c_init))),'Tz',num2str(round(min(Tz_1d_c_init))),'To',...
359     num2str(round(max(Tz_1d_c_init)))),'fig');
360     clear
361     close all
362 end
```

```
1   %=========================================
2   %---Skripta za spremanje koeficijenata strujnog modela
3   %    u globalne varijable
4   %=========================================
5   %--- Ulaz:
6   %       .mat datoteka sa koeficijentima strujnog modela
7   %       .mat datoteka se dobije pozivom funkcije:
8   %           function [Fx_mod1, Fy_mod1, Tz_mod1] = ...
9   %           FxFyTz_AllForcesandTerms_withoutRules...
10  %           ( i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,fi_r )
11  %
12  %--- Izlaz:
13  %       Koeficijenti strujnog modela spremljeni
14  %       u globalne varijable
```

```
%
keepvars = {'mn'};
clearvars('-except', keepvars{:});
load('TermsForAllAnglesI1   2   3   4   5   6   7   8   9  10  11  12');
%
%--- Deklaracija globalnih varijabli
global k_cogg_X_AllAngles_glb k_cogg_Y_AllAngles_glb k_cogg_Z_AllAngles_glb
global k_lin_X_AllAngles_glb k_lin_Y_AllAngles_glb k_lin_Z_AllAngles_glb
global k_square_X_AllAngles_glb k_square_Y_AllAngles_glb k_square_Z_AllAngles_glb
%
%---Spremanje u globalne varijable
k_cogg_X_AllAngles_glb=k_cogg_X_AllAngles;
k_cogg_Y_AllAngles_glb=k_cogg_Y_AllAngles;
k_cogg_Z_AllAngles_glb=k_cogg_Z_AllAngles;
k_lin_X_AllAngles_glb=k_lin_X_AllAngles;
k_lin_Y_AllAngles_glb=k_lin_Y_AllAngles;
k_lin_Z_AllAngles_glb=k_lin_Z_AllAngles;
k_square_X_AllAngles_glb=k_square_X_AllAngles;
k_square_Y_AllAngles_glb=k_square_Y_AllAngles;
k_square_Z_AllAngles_glb=k_square_Z_AllAngles;
```

```
%=====================================================
%--- Funkcija za izračun sila i momenta za zadane struje i
%    kut rotora.
%-------------------------------------------------------------------------------------------
%--- Ulazi:
%   i1, i2,...i12 -     [AZ], struje zavojnica, realne varijable
%   fi_one        -     [°], mehanički kut rotora, cjelobrojni broj
%
%--- Izlazi:
%   Fx_mod1           -    [N], gen. sila na rotor u x- smjeru, realni broj
%   Fy_mod1           -    [N], gen. sila na rotor u y- smjeru, realni broj
%   Tz_mod1           -    [Nm], gen. moment oko aksijalne osi, realni broj
%-------------------------------------------------------------------------------------------
%
%----Prije poziva ove funkcije potrebno pokrenuti RUN_FIRST skriptu
%    kako bi se kreirale globlane varijable sa koeficijentima strujnog
%     modela
%=====================================================
function [ Fx_mod1,Fy_mod1,Tz_mod1 ] = ...
    FromTermsToForcesTorque(i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,fi_one)
    %
    %--- Učitavanje globalnih varijabli u radni prostor funkcije
    global k_cogg_X_AllAngles_glb
    global k_cogg_Y_AllAngles_glb
    global k_cogg_Z_AllAngles_glb
    global k_lin_X_AllAngles_glb
    global k_lin_Y_AllAngles_glb
    global k_lin_Z_AllAngles_glb
    global k_square_X_AllAngles_glb
    global k_square_Y_AllAngles_glb
    global k_square_Z_AllAngles_glb
    %
    %--- Vektor struja
    I=[i1 i2 i3 i4 i5 i6 i7 i8 i9 i10 i11 i12];
    %
    %--- Broj zavojnica motora
    N=12;
    %
    %--- Izračun sila i momenta za zadane struje i kut rotora
    FxFyTz=zeros(length(fi_one),4);
    FxFyTz(1,1)=fi_one';
    FxFyTz(1,2)=k_cogg_X_AllAngles_glb(fi_one+1,2);
    FxFyTz(1,3)=k_cogg_Y_AllAngles_glb(fi_one+1,2);
    FxFyTz(1,4)=k_cogg_Z_AllAngles_glb(fi_one+1,2);
```

```
    %
    %--- Iteracije po zavojnicama
    for g=1:N
        %
        %--- Izračun sila i momenta
        i=fi_one;
        FxFyTz(1,2)=FxFyTz(1,2)+k_lin_X_AllAngles_glb(i+1,g+1)*I(g)+...
        k_square_X_AllAngles_glb(i+1,g+1)*I(g)^2;
        FxFyTz(1,3)=FxFyTz(1,3)+k_lin_Y_AllAngles_glb(i+1,g+1)*I(g)+...
        k_square_Y_AllAngles_glb(i+1,g+1)*I(g)^2;
        FxFyTz(1,4)=FxFyTz(1,4)+k_lin_Z_AllAngles_glb(i+1,g+1)*I(g)+...
        k_square_Z_AllAngles_glb(i+1,g+1)*I(g)^2;
    end
    %
    %--- Slanje rezultata na izlaz
    Fx_mod1=FxFyTz(:,2);
    Fy_mod1=FxFyTz(:,3);
    Tz_mod1=FxFyTz(:,4);
end
```

```
%================================================
%--- Funkcija koja generira znakovni niz sastavljen od članova
%    Taylorovog reda do proizvoljnog stupnja.
%
%-------------------------------------------------------------------------------------------
%--- Ulaz:
%       power_order  - cjelobrojna konstanta,
%                                  stupanj Taylorovog reda
%
%--- Primjer:
%     poziv funkcije: [x, y]=CreatePowerSeriesStr_Rev1(2)
%     vratit će rezultat x='[1 Fx(k)  Fy(k)  Tz(k) Fx(k)^2  Fx(k)*Fy(k)
%     Fx(k)*Tz(k)  Fy(k)^2  Fy(k)*Tz(k)  Tz(k)^2]',
%     y=10, gdje je x znakovni niz dok je y=10 broj
%     članova Taylorovog reda
%
function [ PowerSeriesString,num_of_terms ] = CreatePowerSeriesStr_Rev1( power_order )
    %
    %--- Deklariranje simboličkih varijabli
    syms Fx_k_ Fy_k_ Tz_k_
    var=Fx_k_+Fy_k_+Tz_k_;
    %
    %---Ako je stupanj jedan raspis je završen
    if power_order==1
        Expansion=char(var);
        %
        %---Ako je stupanj veći od jedan raspis se nastavlja
        else
        Expansion=char(var);
        %
        %--- Iterativno raspisivanje
        for i=2:power_order
            Expansion=strcat(Expansion,'+',char(expand((Fx_k_*var+Fy_k_*var+Tz_k_*var))));
            var=expand((Fx_k_*var+Fy_k_*var+Tz_k_*var));
        end
    end
    %
    %---Kastanje u znakovni tip
    Expansion_string=char(Expansion);
    %
    %--- Broj znakova u znakovnom nizu
    size_of_str=size(Expansion_string);
    %
    %--- Stvaranje praznog znakovnog niza
    Expansion_str_Array=blanks(size_of_str(2)+4);
```

```
46      %
47      %--- Znakovni niz počinje sa znakom '['
48      Expansion_str_Array(1)='[';
49      %
50      %--- Znakovni niz završava sa znakom ']'
51      Expansion_str_Array(end)=']';
52      %
53      %--- prvi član Taylorvog reda(konstanta)
54      Expansion_str_Array(2)='1';
55      Expansion_str_Array(3)=' ';
56      %
57      %--- popunjavanje znakovnog niza
58      for i=4:size_of_str(2)+3
59          Expansion_str_Array(i)=Expansion_string(i-3);
60      end
61      %
62      %--- Preoblikovanje znakovnog niza da bude
63      %    pogodan za potrebne izračune (za metodu
64      %    najmanjih kvadrata, implementaciju
65      %    inverznog strujnog modela)
66      for i=1:size_of_str(2)+4
67          if Expansion_str_Array(i)=='k'
68              Expansion_str_Array(i-1)='(';
69              Expansion_str_Array(i+1)=')';
70          end
71          %
72          %--- Zamijena znaka '+' sa razmakom (' ')
73          if Expansion_str_Array(i)=='+'
74              %---Brisanje cjelobrojnih konstanti koje množe članove
75              %   Taylorovog reda (pretp. da konstante
76              %   imaju manje od 10 znamenki(znakova))
77              for m=i:i+10
78                  Expansion_str_Array(m)=' ';
79                  if (Expansion_str_Array(m+1)=='F') || (Expansion_str_Array(m+1)=='T')
80                      break
81                  end
82              end
83          end
84      end
85      %
86      %---Zamijena višestrukih razmaka jednostrukim
87      Expansion_str_Array=strrep(Expansion_str_Array,'  ',' ');
88      Expansion_str_Array=strrep(Expansion_str_Array,'   ',' ');
89      Expansion_str_Array=strrep(Expansion_str_Array,'    ',' ');
90      Expansion_str_Array=strrep(Expansion_str_Array,'     ',' ');
91      %
92      %---Spremanje izračunatog znakovnog niza u izlaznu varijablu
93      PowerSeriesString=Expansion_str_Array;
94      %
95      %---Određivanje broja elemenata zankovnog niza
96      k=1;
97      Fx=1;
98      Fy=1;
99      Tz=1;
100     num_of_elem=size(eval(Expansion_str_Array));
101     num_of_terms=num_of_elem(2);
102 end
```

```
1   %================================================
2   %--- Skripta za spremanje koeficijenata Taylorovog razvoja
3   %     inverznog strujnog modela u jednu .mat datoteku (po svim kutevima rotora)
4   %     Skripta 'LeastSqureFromForcesToCurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2'
5   %     sprema riješenje u obliku da svakom kutu rotora pripada
6   %     jedna .mat datoteka.
7   %     Ova skripta služi za spajanje svih .mat datoteka u jednu
```

```
%     na način da su sva riješenja spremljena u obliku jedne .mat datoteke
%     Riješenja su sada spremljena u obliku 3D matrica kako bi se
%     uključila i varijabla kuta rotora.
%     Svakoj struji pripada po jedna 3D matrica
%-------------------------------------------------------------------------------------------
--
%--- Ulazi:
%       datoteke(.mat) dobivene pokretanjem skripte
%       'LeastSqureFromForcesToCurrentsSixCurrentsDoubleStarREV2'
%--- Izlazi:
%     .mat datoteka sa 6 3D matrica u kojoj su spremljeni
%      koeficijenti Taylorovog reda
%=====================================================
clear
clc
%
%---Stupanj Taylorvog reda
PS_ord=3;
%
%--- Granice sila i momenta (time su definirana
%     imena .mat datoteka)
Fx_min=-30;
Fx_max=30;
Fy_min=-30;
Fy_max=30;
Tz_min=0;
Tz_max=2;
%
%---vektor kutova rotora za koji je nađen Taylorov red
RotAngles=0:1:36;
%
%---Učitavanje članova Taylorovog reda
load(strcat('i1_i3_i5_i7_i9_i11_as_functions_of_Fx_Fy_Tz_DoubleStarREV2',...
num2str(PS_ord),'Order',num2str(0),'deg','Fx',num2str(Fx_min),'To',num2str(Fx_max),...
'Fy',num2str(Fy_min),'To',num2str(Fy_max),'Tz',num2str(Tz_min),'To',num2str(Tz_max)));
%
%---Deklaracija varijabli(3D matrica)
SizeOfCurrentTerms=size(Terms_i1);
Terms_i1_AllAngles=zeros(SizeOfCurrentTerms(1),SizeOfCurrentTerms(2),length(RotAngles));
Terms_i3_AllAngles=Terms_i1;
Terms_i5_AllAngles=Terms_i1;
Terms_i7_AllAngles=Terms_i1;
Terms_i9_AllAngles=Terms_i1;
Terms_i11_AllAngles=Terms_i1;
%
%--- Iteracije po kutevima rotora
for main_1=RotAngles
    keepvars = {'main_1','RotAngles','Terms_i1','Terms_i3','Terms_i5',...
    'Terms_i7','Terms_i9','Terms_i11','Terms_i1_AllAngles',...
    'Terms_i3_AllAngles','Terms_i5_AllAngles','Terms_i7_AllAngles',...
    'Terms_i9_AllAngles','Terms_i11_AllAngles','Fx_min','Fx_max'...
    'Fy_min','Fy_max','Tz_min','Tz_max','PS_ord'};
    clearvars('-except', keepvars{:});
    %
    %---Učitavanje koeficijenata Taylorovog reda za kut rotora u trenutnoj
    %    iteraciji
    Angle=main_1;
    load(strcat('i1_i3_i5_i7_i9_i11_as_functions_of_Fx_Fy_Tz_DoubleStarREV2',...
    num2str(PS_ord),'Order',num2str(Angle),'deg','Fx',num2str(Fx_min),'To'...
    ,num2str(Fx_max),'Fy',num2str(Fy_min),'To',num2str(Fy_max),'Tz',...
    num2str(Tz_min),'To',num2str(Tz_max)));
    %
    %---Spremanje koeficijenata Taylorovog reda
    Terms_i1_AllAngles(:,:,Angle+1)=Terms_i1;
    Terms_i3_AllAngles(:,:,Angle+1)=Terms_i3;
    Terms_i5_AllAngles(:,:,Angle+1)=Terms_i5;
    Terms_i7_AllAngles(:,:,Angle+1)=Terms_i7;
    Terms_i9_AllAngles(:,:,Angle+1)=Terms_i9;
    Terms_i11_AllAngles(:,:,Angle+1)=Terms_i11;
end
%
```

```
%---Spremanje u .mat datoteku
save(strcat('PowerSeriesCoeff_for_i1_i3_i5_i7_i9_i11_AllAnglesDoubleStarREV2_till_'...
,num2str(PS_ord),'th_order'),'Terms_i1_AllAngles','Terms_i3_AllAngles',...
'Terms_i5_AllAngles','Terms_i7_AllAngles','Terms_i9_AllAngles','Terms_i11_AllAngles')

```

Prilog D - implementacija aproksimacije inverznog strujnog modela u Matlab/Simulink

```
%==============================================
%--- Funkcija kojom je implementiran inverzni strujni model
%    u obliku aproksimacije Taylorovim polinomom do
%    do drugog stupnja(Ovu funkciju koristi Simulink model)
%-------------------------------------------------------------------------------------
%
%--- Ulazi:
%       Fx   -  [N], Sila u x- smjeru
%
%       Fy   -  [N], Sila u y- smjeru
%
%       Tz   -  [Nm], Moment
%
%       Angle1 -    [deg], Meh. kut rotora
%
%--- Izlazi:
%       I   -   Vektor struja faza i kuta rotora,
%               [i1 i3 i5 i7 i9 i11 Angle1];
%               Struje su u Amper-zavojima
%               Kut rotora u [deg]
%
%--- Povezane funkcije/skripte/mat datoteke:
%
%    skripta: RUN_FIRST_1
%
%     mat datoteka:
%      'PowerSeriesCoeff_for_i1_i3_i5_i7_i9_i11_...
%               AllAnglesDoubleStarREV2_till_2th_order'
%==============================================
function [I]=ForceAng2CurrPS2order_...
    LinAproxSixCurDoubleStarREV2(Fx,Fy,Tz,Angle1)
    %
    %---Restrikcija kuta rotora na interval osnovnog perioda
    if Angle1>=36
        Angle1=Angle1-floor(Angle1/36)*36;
    end
    %
    %--- Učitavanje globalnih varijabli u radni prostor funkcije
    %     (koeficijenti Taylorovog reda)
    global Terms_i1_AllAngles_glb;
    global Terms_i3_AllAngles_glb;
    global Terms_i5_AllAngles_glb;
    global Terms_i7_AllAngles_glb;
    global Terms_i9_AllAngles_glb;
    global Terms_i11_AllAngles_glb;
    %
    %--- Učitavanje članova Taylorovog reda
    %     (polje čelija, za evaluaciju inv. str. modela)
    global Exctract_glb
    %
    %--- Najbliža vrijednost kuta rotora za koju
    %    su izračunati koeficijenti Taylorovog reda
    AngleIndex_down=floor(Angle1)+1;
    AngleIndex_up=ceil(Angle1)+1;
    %
    %--- Udaljenost trenutne vr. kuta rotora od
```

```
57      %     najbliže vr. kuta rotora za koji je pronađen
58      %     rastav u Taylorov red
59      del_Angle=(Angle1+1)-AngleIndex_down;
60      %
61      %--- Sila u x- smjeru ne smije biti manja od -30N
62      if Fx <=-30 Fx=-30;end%%--- Sila u x- smjeru ne smije biti veća od 30Nif Fx >=30
63      Fx=30;
64  end
65  %
66  %--- Sila u y- smjeru ne smije biti manja od -30N
67  if Fy <=-30 Fy=-30;end%%--- Sila u y- smjeru ne smije biti veća od 30Nif Fy >=30
68  Fy=30;
69  end
70  %
71  %---
72  SizeTerms=size(Terms_i1_AllAngles_glb);
73  num_of_terms=SizeTerms(1);
74  %
75  %--- Deklaracija i inicijalizacija pomočnih varijabli
76  i1_down=0;
77  i3_down=0;
78  i5_down=0;
79  i7_down=0;
80  i9_down=0;
81  i11_down=0;
82  i1_up=0;
83  i3_up=0;
84  i5_up=0;
85  i7_up=0;
86  i9_up=0;
87  i11_up=0;
88  %-------------------------------------------------------------
89  %--- Izračun struja, koristi se po dijelovima
90  %    linearna interpolacija po kutu rotora
91  %    (Taylorovi polinom izračunat je za diskretne
92  %    vrijednosti kuta rotora)
93  %-------------------------------------------------------------
94  %
95  %--- Iteracije po članovima Taylorovog reda
96  k=1;
97  for m=1:num_of_terms
98      %
99      %--- Donja najbliža vrijednost struja
100     i1_down(1)=i1_down(1)+eval(char(Exctract_glb(1,m)))...
101     *Terms_i1_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_down);
102     i3_down=i3_down+eval(char(Exctract_glb(1,m)))...
103     *Terms_i3_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_down);
104     i5_down=i5_down+eval(char(Exctract_glb(1,m)))...
105     *Terms_i5_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_down);
106     i7_down=i7_down+eval(char(Exctract_glb(1,m)))...
107     *Terms_i7_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_down);
108     i9_down=i9_down+eval(char(Exctract_glb(1,m)))...
109     *Terms_i9_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_down);
110     i11_down=i11_down+eval(char(Exctract_glb(1,m)))...
111     *Terms_i11_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_down);
112     %
113     %--- Gornja najbliža vrijednost struja
114     i1_up=i1_up+eval(char(Exctract_glb(1,m)))*Terms_i1_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_up);
115     i3_up=i3_up+eval(char(Exctract_glb(1,m)))*Terms_i3_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_up);
116     i5_up=i5_up+eval(char(Exctract_glb(1,m)))*Terms_i5_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_up);
117     i7_up=i7_up+eval(char(Exctract_glb(1,m)))*Terms_i7_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_up);
118     i9_up=i9_up+eval(char(Exctract_glb(1,m)))*Terms_i9_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_up);
119     i11_up=i11_up+eval(char(Exctract_glb(1,m)))*Terms_i11_AllAngles_glb(m,1,AngleIndex_up);
120 end
121 %
122 %--- Nagibi struja (po kutu rotora) na intervalu unutar kojeg se kut rotora nalazi
123 del_i1=i1_up-i1_down;
124 del_i3=i3_up-i3_down;
125 del_i5=i5_up-i5_down;
126 del_i7=i7_up-i7_down;
127 del_i9=i9_up-i9_down;
```

```
128 del_i11=i11_up-i11_down;
129 %
130 %--- Struje dobivene linearnom interpolacijom
131 i1=i1_down+del_i1*del_Angle;
132 i3=i3_down+del_i3*del_Angle;
133 i5=i5_down+del_i5*del_Angle;
134 i7=i7_down+del_i7*del_Angle;
135 i9=i9_down+del_i9*del_Angle;
136 i11=i11_down+del_i11*del_Angle;
137 %
138 %--- Slanje rezultata na izlaz
139 I=[i1 i3 i5 i7 i9 i11 Angle1];
140 end
141
```

```
1   %=========================================================
2   %---Skripta za parametrima motora za simulaciju
3   %    te za generiranje globalnih varijabli sa
4   %    koeficijentima Taylorovog reda
5   %---------------------------------------------------------
6   %
7   %--- Ulazi:
8   %       .mat datoteka sa koeficijentima Taylorovog reda
9   %
10  %       .mat datoteka sa članovima Taylorovog reda
11  %=========================================
12  clear all
13  clc
14  ro=5000;
15  %
16  %--- Unutarnji promjer rotora,[m]
17  R1=120/1000;
18  %
19  %---Vanjski promjer rotora,[m]
20  R2=150/1000;
21  %
22  %--- Visina rotora, [m]
23  h=10/1000;
24  %
25  %--- Moment inercije rotora, [kgm^2]
26  J=pi*ro*h/2*(R2^4-R1^4);
27  %
28  %--- Masa rotora, [kg]
29  mr=0.5;
30  %
31  %--- Radijalna(nestabilna) krutost u x- smjeru, [N/m]
32  kxx=4.55e4;
33  %
34  %--- Radijalna(nestabilna) krutost u y- smjeru, [N/m]
35  kyy=4.55e4;
36  K=kxx;
37  load 'PowerSeriesCoeff_for_i1_i3_i5_i7_i9_i11_AllAnglesDoubleStarREV2_till_2th_order.mat';
38  load 'Exctract_till_2order_SixCurrStarDoubleStar.mat';
39  %
40  %--- Deklaracija globalnih varijabli za koef. Taylorovog reda
41  global Terms_i1_AllAngles_glb;
42  global Terms_i3_AllAngles_glb;
43  global Terms_i5_AllAngles_glb;
44  global Terms_i7_AllAngles_glb;
45  global Terms_i9_AllAngles_glb;
46  global Terms_i11_AllAngles_glb;
47  global Exctract_glb
48  %
49  %--- Spremanje koef. Taylorovog reda u globalne varijable
50  Terms_i1_AllAngles_glb = Terms_i1_AllAngles;
```

```
51  Terms_i3_AllAngles_glb = Terms_i3_AllAngles;
52  Terms_i5_AllAngles_glb = Terms_i5_AllAngles;
53  Terms_i7_AllAngles_glb = Terms_i7_AllAngles;
54  Terms_i9_AllAngles_glb = Terms_i9_AllAngles;
55  Terms_i11_AllAngles_glb = Terms_i11_AllAngles;
56  Exctract_glb=Exctract;
57  %
58  %--- Učitavanje Four. koeficijenata strujnog modela
59  %     za implementaciju strujnog modela
60  load 'FxFyTz_Fourier_1to12';
61  global X_termFS_1to12_glb;
62  global Y_termFS_1to12_glb;
63  global Z_termFS_1to12_glb;
64  X_termFS_1to12_glb=X_termFS_1to12;
65  Y_termFS_1to12_glb=Y_termFS_1to12;
66  Z_termFS_1to12_glb=Z_termFS_1to12;
```